This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**A propos de ce livre**

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

**Consignes d'utilisation**

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

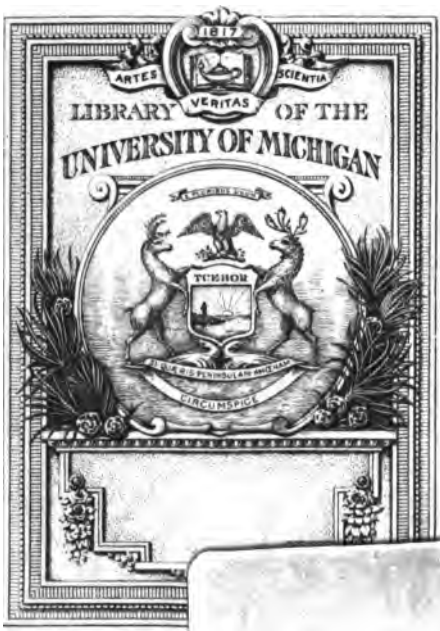
+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

**À propos du service Google Recherche de Livres**

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Ex libris
Juriaan b. 1:18:0:

QA
33
B75
1691



# LA GEOMETRIE PRATIQUE,

*Du S^r Jean BOULENGER,*

*Lecteur ordinaire du Roy.*

OU

Nouvelle Methode pour toiser & arpenter promptement & facilement toutes sortes de grandeurs, sans se servir de Fractions, de Reductions, ny mêmes d'aucune Division, quoy qu'on se serve de la mesure ordinaire & de ses parties.

*Ouvrage utile à tous Architectes, Ingenieurs, Maçons, Arpenteurs, Iaugeurs, & autres Geometres.*

NOUVELLE EDITION.

Augmentée de plusieurs Notes, & d'un Traité de l'Arithmetique par Geometrie.

*Par M^r OZANAM, Professeur en Mathematique.*

A PARIS,
Chez MICHEL DAVID, Quay des Augustins, proche l'Hostel de Luynes, à la Providence.

M. DC. XCI.
*AVEC PRIVILEGE DU ROY.*

Hist. des Sciences
Blanchard
10-4-39
39203

# LIVRES DE MATHEMATIQUE.

TRaité Mathematique, contenant les principales Definitions, Problemes & Theoremes d'Euclide, l'Arithmetique en toutes ſes parties, la Trigonometrie, la Longimetrie, la Planimetrie & la Stereometrie, les Fortifications Françoiſe, Hollandoiſe, Italienne & Eſpagnole, la maniere d'attaquer & de deffendre les Places, la Perſpective Militaire, & la Geographie Univerſelle par T. Luders, in fol.

Les Oeuvres Mathematiques de Stevin, in fol.

Les Oeuvres d'Architecture d'Antoine le Paultre, fol.

La Dioptrique Oculaire du P. Cherubin, fol.

Traité du Jardinage enrichi de divers deſſeins de Parterres par Boyceau, in fol.

Methode pour bien dreſſer toutes ſortes de Comptes à parties doubles, par le ſieur Iſon, fol.

Les Oeuvres Mathematiques de Marolois, fol.

Tables Aſtronomiques de Lansberge, fol.

Fortifications du Chevalier de Ville, fol.

Artillerie de Caſimir, fol.

Metopoſcopie de Cardan, fol.

Fortifications de Dogen, fol.

*Apiaria Philoſophia Mathematica Betini*, fol. 2. v.

*Mydorgii Conica*, fol.

*Meriani Topographia Gallia*, 4 vol. fol.

*Euclides Commandini*, fol.

2-1-40
MVP.

*Diffesa & Offesa delle Piazze di Floriani*, fol.

*Livres de Navigation.*

Le petit Flambeau de la Mer, ou le veritable Guide des Pilotes, 4.
Le Tresor de la Navigation, par Blondel, 4.
L'Art de naviger par le Quartier de reduction, & par le Compas de proportion, par Blondel, 4.
Le Pilote Expert, par Dacier, 4.
L'Architecture Navale qui enseigne la construction des Vaisseaux, Galleres, &c. par Dacier, 4.
Le Dictionnaire de la Marine, 8.
Traité des Pratiques Journalieres des Pilotes, par Cordier, 8.
Journal de Navigation, par Cordier, 8.
Tables Astronomiques, de Pagan, 4.
Usages des Globes, de Blaeu, 4.
Oeuvres du P. J. François.
L'Arithmetique Universelle demontrée, par le sieur Irson.
Pratique Generale & Methodique des Changes étrangers, par le sieur Irson.

*Archimedis Opera*, 4.
*Apollonii Pergai Conica.* } *Barrow.*
*Theodosii Spherica.* }
——*Ejusdem, Lectiones Optica & Geometrica*, 4.
*Argoli Ephemerides*, 3. vol. 4.
——*Primum mobile*, 2. vol. 4.
——*Ptolomæus parvus*, 4.
——*De diebus Criticis.*
——*Pandosion Sphæricon*, 4.
*Hobbes Opera Mathematica & Philosoph.* 2. vol. 4.

Les Tables de Montoyal, 4.
Les quinze Livres des Elemens Geometriques d'Euclide, 4.
Les mêmes en deux vol. 8.
Les Memoires Mathematiques, 2 vol. 8.
L'Uſage du Compas de Proportion, nouvelle Edition.
Les Triangles Spheriques de Theodoſe, 8.
L'Uſage du Mecometre & de la Bouſſole, 8.
La Geometrie d'Errard, 8.
L'Arithmetique de Chauvet, par du Lac, 8.
Coſmographie Univerſelle, 8.
Uſage des Globes par Hües, 8.
Coſmologie du Monde, 8.
Logocanon ou Regle proportionnelle, 8.
Artillerie de Davelourt, 8.
Traité Aſtrologique de Rantzau, 8.
L'Horographie curieuſe du P. Bobinet, 8.
Horlogeographie, du P. Feüillant, 8.
Harmonie Celeſte, de Monſieur Fayol, 8.
Geographie de Cluvier, 8.
Traité de Geometrie, par le Sr le Clerc, 8.
Traité de la Sphere, du ſieur Boulenger, augmentée par Monſieur Ozanam, 12.
Pratique de Geometrie ſur le Papier & ſur le Terrain avec fig. par le ſieur le Clerc, 12.
La Longimetrie induſtrieuſe, 12. du P. Bobinet.
Uſage du Cercle Univerſel, 12.
L'Arithmetique de le Roux, 12.
Geographie Royale du P. Labbe, 12.
Cartes du Ciel, contenant toutes les Conſtellations.
Catalogue des Etoiles, par Royer, 12.

Geomance Aſtronomique, de Cremone, 12.
Nomancie Cabaliſtique des Anciens, 12.
Leçons de Geometrie, par du Torar, 12.
Trigonometrie & Tables de Sinus, par Blondel, 12.
Pratique du Nivellement, par des Hayes, 12.
Origine des Fontaines, de Monſieur Perrault, 12.
Calcul fait de tous Toiſez des Superficies Solides & Bois équarris, par le ſieur de Senne, 12.
*Pap. Maſſo de Fluminibus Gallia*, 12. *Cum Notis D. Mich. Baudrand.*
Tables de Sinus de Vlacq, de Schooten, de Henrion, & autres.

*Tous ces Livres & pluſieurs autres tres curieux concernant les Mathematiques & autres de diverſes Sciences, ſe trouvent chez* J. JOMBERT, *prés des Auguſtins, à l'Image Nôtre-Dame.*

# LE LIBRAIRE AU LECTEUR.

QUoique depuis quelques années on ait imprimé plusieurs Traitez differens de Geometrie, neanmoins comme celuy-cy étoit devenu fort rare, & qu'il étoit souhaité de plusieurs, parce qu'il est d'un usage tres-facile & tres-propre pour ceux, qui sans s'attacher à une profonde Theorie, veulent se servir utilement des regles de la Geometrie; je n'ay pû differer davantage à le faire r'imprimer. Les additions que Monsieur Ozanam a faites dans la Sphere de Boulenger, ont été si bien receuës, que j'ay bien

voulu le prier encore d'ajouter dans la Geometrie du même Auteur des Notes aux endroits où il le trouveroit à propos, ſans changer le ſyſteme de l'Auteur: ce qu'il a ſi heureuſement executé que j'oſe me flatter que ce Livre ſera tres-utile & tres-agreable au Public.

Comme pluſieurs perſonnes d'eſprit m'ont ſouvent demandé une Arithmetique par Geometrie, vous en trouverez une à la fin de ce Livre, de la façon de Monſieur Ozanam, qui en a bien voulu favoriſer le Public, avec les demonſtrations les plus faciles & les plus abregées qu'il luy a été poſſible; ce qui rendra ce Traité de Geometrie utile & propre pour un plus grand nombre de perſonnes.

LA

# LA GEOMETRIE PRATIQUE,

## DES LIGNES, DES SUPERFICIES, ET DES CORPS.

*DIVISE'E EN QVATRE LIVRES.*

## LIVRE PREMIER.

### CHAPITRE PREMIER.

*Sommaire du contenu de toute cette Geometrie.*

DAUTANT qu'il eſt impoſſible de mettre en pratique la Geometrie, ſans avoir auparavant appris quelque choſe de l'Arithmetique, & la reſolution de

quelques Problêmes : C'eſt pour cela que pour ne pas envoyer le Lecteur ailleurs, j'employeray le premier Livre à expliquer tout ce qui me ſemblera neceſſaire pour l'intelligence de cette Doctrine : & pour éviter la confuſion en une ſi grande multitude de Propoſitions, je traiteray au Livre ſuivant de la meſure des Lignes adjacentes. Le troiſiéme ſera employé à trouver le contenu de toutes ſortes de Superficies. Le dernier enſeignera la ſolidité des Corps : aprés leſquels j'ajoûteray un Appendix de la meſure des Tonneaux, que l'on a de coutume d'appeller Jaugerie.

## CHAPITRE II.

### *Des Meſures.*

LA Meſure commune eſt celle de laquelle on ſe ſert ordinairement, comme eſt la Perche, la Toiſe, l'Aune, le Pied, qui ſont diviſez en d'autres petites parties égales pour meſurer les Lignes qui ſeront plus petites. Ainſi la *Perche* eſt une meſure commune, qui ſelon divers endroits contient tan-

tôt 18, tantôt 20, tantôt 22 ou 25 pieds. La *Toiſe* eſt une meſure commune, qui contient ordinairement ſix pieds. L'*Aune* eſt de diverſe longueur, ſelon les diverſes contrées ; celle de Paris doit avoir 3 pieds 7 pouces & 8 lignes. Pour le *Pied* on l'a toûjours diviſé en 12 parties égales qu'on appelle *Pouces*, & chaque pouce en 12 parties égales qu'on nomme *Lignes*. *a*

*a* Toutes ces Meſures differentes, qui ne ſervent qu'à meſurer des Lignes plus longues, ſont appellées *Meſures courantes*, pour les differencier des *Meſures quarrées*, qui ſervent à meſurer les Plans & les autres Surfaces : & des *Meſures cubiques*, ou *cubes*, dont on ſe ſert ordinairement pour la meſure des Solides.

J'ay dit ordinairement, parce que dans le Toiſé au lieu de Meſures cubes, on ſe ſert bien ſouvent de Parallelipipedes rectangles ; qui ne ſont pas cubiques, comme par exemple du *Pouce de Pied cube*, qui eſt un Solide contenant 144 Pouces cubes : du *Pied de Toiſe cube*, qui eſt un Solide contenant 36 Pieds cubes, &c.

On ſe ſert auſſi quelquefois de la *Ligne de Pouce quarré*, qui eſt une Surface contenant 12 Pouces quarrez : du *Pouce de Pied quarré*, qui eſt une Surface contenant 12 Pouces quarrez : du *Pied de Toiſe quarrée*, qui eſt une Surface contenant 6 Pieds quarrez. Ainſi des autres.

Comme les Toiſes, les Pieds, & les Pou-

ces ſont d'un uſage plus conſiderable, nous avons icy ajoûté la Table ſuivante, qui montre la valeur de chacune de ces Meſures courantes, quarrées, & cubiques; ſçavoir, la valeur de la Toiſe en Pieds, la valeur du Pied en Pouces, & la valeur du Pouce en Points.

| *Courante.* | | *Quarrée.* | *Cubique.* | |
|---|---|---|---|---|
| Toiſe | 6. | 36. | 216. | Pieds. |
| Pied | 12. | 144. | 1728. | Pouces. |
| Pouce | 12. | 144. | 1728. | Lignes. |
| Ligne | 12. | 144. | 1728. | Points. |

## CHAPITRE III.

### *Comment on diviſera les Meſures ordinaires, pour éviter l'embarras des fractions aux operations Geometriques.*

MON intention n'a jamais été de rien mettre en lumiere, que quand j'ay crû pouvoir rendre quelque choſe plus facile, & avec une meilleure methode, que n'ont fait ceux qui ont écrit avant moy. Et c'eſt encore pour ce ſujet que j'ay bien voulu donner au Public cette Geometrie. Car ayant reconnu que la pluſpart de ceux qui ont à meſurer quelque choſe, y trouvent ſouvent de la difficulté pour faire leurs calculs preciſément, à cauſe des nom-

bres rompus, & des parties qui ſe trouvent ordinairement aux operations, & que ſouvent j'ay veu un pauvre Arpenteur, eſtre une heure à multiplier & à diviſer ſur ſon ardoiſe, pour avoir le contenu d'une piece de terre. Et encore travailler bien davantage, quand il faut toiſer quelque corps irregulier : mêmes que pluſieurs ne reçoivent pas un grand ſoulagement du *Toiſé* que l'on a autrefois mis en lumiere, parce qu'il oblige à faire des additions & des diviſions ennuyeuſes. J'ay crû faire plaiſir à ceux qui aiment cette belle Science, de leur enſeigner la methode dont je me ſers, par le moyen de laquelle il n'arrive aucune fraction qui puiſſe retarder par ſa reduction, ny mêmes aucune diviſion. En l'operation de laquelle ſouvent les Maçons & les Arpenteurs s'abuſent à leur grand dommage, ou de celuy des particuliers. Mais pour ce faire, il eſt beſoin de diviſer les meſures communes d'autre façon qu'elles ne ſont, & entendre le calcul des Nombres Geometriques que j'ay deſſein d'expliquer icy facilement.

Si donc on deſire joüir de cette commodité, il faudra diviſer la meſure

ordinaire premierement en 10 parties égales, que l'on nommera *Primes*, ou premieres diviſions, & chaque prime derechef en 10 égales, que l'on appellera *Secondes*, & ainſi on pourroit ſoûdiviſer encore en *Tierces*, *Quartes*, & autres. Mais la diviſion juſqu'aux *Secondes* eſt ſuffiſante pour meſurer aſſez preciſément toutes ſortes de grandeurs, ſans que ce qui reſte puiſſe porter aucun préjudice notable à perſonne. Car ſi la toiſe, par exemple, eſt diviſée en 10 primes, & chaque prime en 10 ſecondes, une ſeconde ſera la centiéme partie de la toiſe, & l'on pourra operer plus preciſément par cette diviſion que par l'ordinaire, qui contient ſeulement 72 pouces. De plus, le calcul ſera ſi facile par cette diviſion denaire, que je m'aſſeure qu'on la preferera deſormais à l'autre, quand on en aura fait l'experience. *a*

*a* Cette maniere de compter & de diviſer les eſpeces differentes de dix en dix eſt appellée *Dixme*, ou Arithmetique Decimale, par Stevin, qui paſſe pour en être l'Inventeur. Elle eſt commode ſeulement pour ceux qui calculent, car elle n'eſt pas d'un uſage ſi general ni ſi commode pour le commerce & pour la ſocieté civile, étant certain qu'il

eſt plus utile pour le commun de diviſer par exemple un pied en 12 pouces, que de le diviſer en 10, parce que le nombre 10 n'a point d'autres parties aliquotes que 2 & 5, & qu'ainſi on ne peut exprimer exactement que la moitié & la cinquiéme partie d'un pied : au lieu que le nombre 12 a bien plus de parties aliquotes, ſçavoir 2, 3, 4, 6, ce qui ſert à pouvoir exprimer ſans fractions la moitié, la troiſiéme partie, le quart, & la ſixiéme partie d'un pied.

## CHAPITRE IV.

### *Des Nombres Geometriques.*

ON peut conſiderer les Nombres en deux manieres, ſçavoir Arithmetiques & Geometriques. Les Arithmetiques que quelques-uns appellent *Nombrans*, n'ont aucune denomination de grandeur adjointe : mais ſeulement y ſont ſous-entenduës quelques unitez. Les Geometriques que quelques-uns ont aſſez mal proprement appellez *Nombrez*, ont la denomination de quelque meſure commune, ou de quelque partie, & ſeront dits Geometriques, parce qu'ils ſervent à la Geometrie. Ainſi ſi je dy, ou ſi j'écris, vingt hommes, trente écus, ces nombres 20,

& 30, ſont dits nombres Arithmetiques, pour avoir une quantité diſcrete adjointe. Mais ſi je dy 2 toiſes, 4 pieds 10 pouces, alors ces nombres ſont dits Geometriques, à cauſe de la quantité continuë, ou noms de meſure qu'ils emportent avec ſoy.

## CHAPITRE V.

### *Des Caracteres & de la Numeration des Nombres Geometriques.*

APRE'S avoir expliqué ce que c'eſt qu'un nombre Geometrique, l'ordre demande d'expliquer enſuite leurs Caracteres & leur Numeration, c'eſt à dire, de quelle maniere on les écrit, & de quelle façon on les profere. En quoy on obſervera premierement, que les entiers ou meſures ordinaires, ne ſont bornées par aucun nombre; au lieu que leurs parties n'excedent icy jamais le nombre de 9, à cauſe de la diviſion & ſous-diviſion denaire des meſures communes. De plus, on obſervera que les nombres qui ſignifient la quantité des meſures entieres, ne ſont marquées d'aucun ſigne, mais ſeulement

leurs parties. Comme ſi je veux exprimer huit toiſes, quatre primes, & deux ſecondes, je les écriray en la forme qui ſuit 8 4′ 2″. Et ſi je veux exprimer trois toiſes, & quatre ſecondes, dautant qu'il ne ſe fait aucune mention de primes, qui toutesfois doivent preceder les ſecondes, je mettray un zero en leur place, en cette façon 3 0′ 4″ qui ſignifient trois toiſes, point de primes, & quatre ſecondes, afin de n'obmettre aucun ordre de diviſion de parties. Quant à la numeration ; ou explication des figures, il ſera fort aiſé de les exprimer ayant bien entendu ce qui a été dit cy-deſſus : Ainſi cet ordre de nombres Geometriques 24 3′ 5″ 2‴ 6⁗ ſignifiera 24 entiers, 3 primes, 5 ſecondes, 2 tierces, & 6 quartes.

## Chapitre VI.

### *De l'Addition des Nombres Geometriques.*

Celuy qui ſçait ajoûter enſemble pluſieurs ſommes de monnoye, ne trouvera icy aucune difficulté : Car comme en l'addition ordinaire, les li-

vres ſont miſes au deſſous des livres, les ſols au deſſous des ſols, les deniers au deſſous des deniers, ſelon l'ordre que l'Arithmetique demande ; de même icy, on mettra les meſures entieres ſous les entieres, les primes ſous les primes, les ſecondes ſous les ſecondes, & ainſi conſecutivement des autres parties. Et l'operation étant faite, le tout aura la denomination des caracteres ſuperieurs. Comme s'il faut ajoûter ces trois ſommes 24 6′ 3″, 20 2′ 4″, & 8 4′ qui ſignifient par exemple vingt-quatre toiſes, ſix primes, & trois ſecondes, vingt toiſes, deux primes, & quatre ſecondes, & huit toiſes, quatre primes : Pour ce faire elles ſeront rangées l'une ſur l'autre, comme il ſe voit à côté, qui étant ajoûtées enſemble ſelon la methode ordinaire, font un tout de 53 2′ 7″, qui ſignifie cinquante-trois toiſes, deux primes, & ſept ſecondes. Car il ne faut ajouter toutes ces ſommes que comme ſi c'étoient tous nombres entiers, encore qu'ils contiennent beaucoup de parties diverſes, qui eſt encore une plus grande facilité qu'au

| | |
|---|---|
| 24 | 6′ 3″ |
| 20 | 2′ 4″ |
| 8 | 4′ |
| 53 | 2′ 7″ |

calcul des monnoyes, auquel quand l'addition des deniers fait 12, il faut garder 1 pour le mettre parmy les ſols, & quand l'addition des ſols fait 20, il faut reſerver 1 pour le joindre avec les livres ; laquelle ſujettion ne ſe trouve point en ces nombres Geometriques à cauſe de la diviſion de dix, parce que dix tierces ſont une ſeconde, dix ſecondes une prime, dix primes une meſure entiere.

## CHAPITRE VII.

### *De la Multiplication des nombres Geometriques.*

CETTE operation a quelque choſe de plus facile que la precedente : car en l'Addition on étoit obligé de mettre les nombres entiers ſous les entiers, & les parties, ſous les parties de même nom ; icy il n'eſt pas beſoin d'y prendre garde : mais il n'y a qu'à multiplier les deux nombres l'un par l'autre, comme enſeigne l'Arithmetique ordinaire, pour en trouver le produit. Il eſt bien vray qu'il faut ajoûter la denomination des parties qui ſont ſur

les deux dernieres figures des deux nombres que l'on a multipliez l'un par l'autre, & les mettre ſur la derniere figure du produit, & puis ſur les ſuivantes vers la main gauche, celles qui ſuivent en décroiſſant, comme il ſe verra en ces trois exemples que j'ajoûte pour me faire entendre plus aiſément.

*Exemple premier.*

JE veux multiplier 2 4′ par 3 2′, c'eſt à dire par exemple, deux toiſes quatre primes, par trois toiſes deux primes : les nombres étant diſpoſez comme il ſe voit à côté, & multipliez ſelon l'ordinaire, le produit donne 7 6 8, & ajoûtant la denomination des deux dernieres figures, 4′ & 2′, qui eſt ′ & ′ on a ″ que je mets ſur la derniere figure du produit 8″, & en décroiſſant ′ ſur 6, vers la main gauche. Et ainſi je voy que le produit ſignifie ſept toiſes, ſix primes, & huit ſecondes.

| | | |
|---|---|---|
| | 2 | 4′ |
| | 3 | 2′ |
| | 4 | 8 |
| 7 | 2 | |
| 7 | 6′ | 8″ |

*Exemple ſecond.*

PAreillement ſi je veux multiplier 6 3′ 4″ par 4 2′, c'eſt à dire, par exemple, 6 perches 3 primes 4 ſecondes par 4 perches 2 primes. Les nom-

bres étant rangez comme il faut, le produit selon la multiplication ordinaire donnera 26628, & ajoûtant les figures des deux dernieres figures 4′ & 2′ qui sont ″ & ′, il vient ‴, que je mets sur 8, & en décroissant vers la main gauche ″, sur 2, & ′ sur 6, ainsi le produit sera 26 perches, 6 primes, 2 secondes, & 8 tierces.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 6 | 3′ | 4″ | |
| | | | 4 | 2′ | |
| | | | | | |
| | ″ | 1 | 2 | 6 | 8 |
| 2 | 5 | 3 | 6 | | |
| | | | | | |
| 2 | 6 | 6′ | 2″ | 8‴ | |

*Exemple troisiéme.*

MAis s'il faut multiplier un nombre entier, par quelques parties, pour cela la methode ne variera point: comme si je veux multiplier 34 pieds, par 2 primes & 6 secondes de pied. Les nombres étans disposez à l'ordinaire, & la multiplication étant faite, le produit donnera 8 pieds, 8 primes, & 4 secondes, & il ne faut pas s'étonner de ce que le produit est plus petit que les nombres que l'on multiplie, dautant qu'il change de nature, & que les nombres que l'on multiplie ne sont que des lignes, & étant multipliez deviennent des superficies.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3 | 4 | |
| | 2′ | 6″ | |
| | | | |
| 2 | 0 | 4 | |
| 6 | 8 | | |
| | | | |
| 8 | 8′ | 4″ | |

## Chapitre VIII.

### *De la Souſtraction des Nombres Geometriques.*

LA Souſtraction comme l'Addition demande, que les nombres qui ſont marquez de même ſigne ou denomination, ſoient mis les uns ſur les autres, & le reſte aprés l'operation faite, aura la denomination des Caracteres écrits au deſſus, comme il ſe voit aux exemples ſuivans.

| | | |
|---|---|---|
| 8 2′4″ | 7 9′4″2‴ | 3′2″4‴ |
| 2 1′3″ | 8′7″6‴ | 2′6″ |
| 6 1′1″ | 7 0′6″6‴ | 6″4‴ Reſtes. |

Mais quand il arrive, qu'il faut ſouſtraire quelques parties, comme primes, ſecondes, ou tierces, d'un nombre entier, ou de quelque autre, qui n'ait pas toutes les parties neceſſaires pour faire la ſouſtraction : alors il n'y a qu'à joindre au nombre ſuperieur duquel on veut ſouſtraire, autant de zeros qu'il manque de parties, comme

ſi je veux ôter ce nombre $2'\,3''\,4'''$ de 8 pieds, j'ajoûteray trois zeros aprés 8, en cette façon 8000, ſur leſquels j'y mettray les parties du nombre qu'il faut ſouſtraire, pour avoir $8\,0'\,0''\,0'''$ & ôtant $2'\,3''\,4'''$ de $8\,0'\,0''\,0'''$, il reſtera $7\,7'\,6''\,6'''$, c'eſt à dire 7 pieds, 7 primes, 6 ſecondes & 6 tierces.

$$\begin{array}{r} 8\,0'\,0''\,0''' \\ 2'\,3''\,4''' \\ \hline 7\,7'\,6''\,6''' \end{array}$$

Semblablement ſi je veux ôter $3'\,2''\,4'''$ de $8\,6'$, j'ajoûteray deux zeros avec leurs parties ſuivantes, & il viendra $8\,6'\,0''\,0'''$, deſquels ſi j'en ôte $3'\,2''\,4'''$, il reſtera 8 entiers 2 primes 7 ſecondes & 6 tierces, & ainſi des autres.

$$\begin{array}{r} 8\,6'\,0''\,0''' \\ 3'\,2''\,4''' \\ \hline 8\,2'\,7''\,6''' \end{array}$$

## CHAPITRE IX.

### *De la Diviſion des Nombres Geometriques.*

LA Diviſion des nombres Geometriques ne differe point de la vulgaire, toutesfois quand il reſte quelque choſe afin que la Diviſion ſoit préciſe, on a de coutume d'ajoûter au

nombre que l'on diviſe deux ou trois zeros avec les caracteres des parties convenables au deſſus juſques à ce que le quotient contienne pour le moins des ſecondes, car les tierces & les quartes ſont ordinairement inſenſibles en la pratique de la Geometrie. Il faut ſeulement ſe ſouvenir, que comme en la multiplication, on ajoûtoit les parties des deux dernieres figures des nombres que l'on multiplioit, pour les mettre ſur la derniere figure du produit, icy en la diviſion qui eſt le contraire, on fera la ſouſtraction de ces parties qui ſont ſur les deux dernieres figures du dividende & du diviſeur, pour mettre le reſte ſur la derniere figure du quotient, laquelle étant miſe il ſera aiſé d'ajoûter la denomination aux autres ſuivantes vers la main gauche, le nombre des parties allant toûjours en decroiſſant vers ce côté.

*Exemple.*

JE veux diviſer $1'\,8''\,4'''$ par $8'$, le quotient donnera 23 preciſément, & pour y ajoûter la denomination en ôtant $'$ qui eſt ſur le diviſeur 8 de $'''$ qui eſt ſur la derniere figure du dividende 4, il reſte $''$, que je mets ſur la derniere

niere lettre du quotient 2 3″, & par conſequent ′ ſur 2, & ainſi le quotient eſt de 2′ 3″, c'eſt à dire de 2 primes, & 3 ſecondes. Si j'euſſe diviſé ce même nombre 1 8′ 4″ par 8′ le quotient eût été 2 3′, c'eſt à dire deux entiers & 3 primes, & ſi enfin j'euſſe diviſé 1 8′ 4″ par 8″ le quotient eût eu des entiers, ſçavoir 23, dautant qu'ayant fait la ſouſtraction des parties, il ne fut rien reſté pour mettre ſur le quotient, & que l'on ne s'étonne pas de ce que le quotient eſt plus grand que le nombre diviſé, dautant qu'il change de nature en Geometrie, & que le dividende eſt un plan, & le quotient une ligne.

S'il arrive que l'on diviſe des parties par un entier, il ne ſe fera point de ſouſtraction des denominations, & le quotient aura la denomination du dividende : Ainſi divjſant 1 8′ 4″ par 8 le quotient donnera 2′ 3″, c'eſt à dire 2 primes & 3 ſecondes.

Mais ſi le diviſeur a des parties comme primes, ſecondes, ou tierces, & que le nombre à diviſer n'en ait point, ou s'il en a qu'il n'en ait pas de ſi petites. Alors j'ay de coutume d'ajoûter

tant de zeros au dividende avec leurs denominations, qu'elles excedent le diviſeur pour le moins de deux : c'eſt à dire que ſi le diviſeur a des primes, je feray par l'addition des zeros, que le dividende aura des tierces, s'il a des ſecondes, qu'il aura des quartes, s'il a des tierces qu'il aura des quintes. Ce que je fay, afin que le quotient contienne toûjours pour le moins des ſecondes (ſi ce n'eſt que par rencontre la diviſion ſe termine plûtôt ſans avancer plus avant le diviſeur) ce qui ſe verra par ces exemples. Je veux diviſer 8 4′ par 9′, j'ajoûte deux zeros au dividende avec leurs denominations, & j'ay 8 4′ 0″ 0‴ (qui n'augmentent de rien la valeur du nombre) que je diviſe par 9′, le quotient donne 9 3′ 3″, ce qui eſt aſſez exact pour la pratique, ſans ſe ſoucier du reſte qui eſt fort peu de choſe. Que ſi ce même nombre 8 4′ 0″ 0‴ eût été diviſé par 5′ le quotient eût été 1 6 8″, & il n'auroit pas été neceſſaire d'avancer le diviſeur davantage, dautant que quand on l'eût fait, on auroit eu 1 6 8′ 0″ qui ne vaut pas davantage que 1 6 8′.

Semblablement ſi je veux diviſer 8

par 7′ 1″, j'ajouteray quatre zeros aprés 8, avec leurs denominations pour avoir des quartes, en cette façon 8 0′ 0″ 0‴ 0⁗, que je diviſe par 7′ 1″, le quotient donnera 1 1 2′ 7″ aſſez preciſément.

Si le dividende eût été 8′, il n'auroit fallu ajouter que trois zeros pour faire ce nombre 8′ 0″ 0‴ 0⁗, & puis en le diviſant par 7′ 1″, il ſeroit venu pour quotient 1 1′ 2″, nombre aſſez exact pour la pratique.

Il reſte à enſeigner la maniere de diviſer les entiers par les entiers, pour éviter les fractions ; Ce qui ſe fait en ajoutant pluſieurs zeros, ou pour le moins deux au nombre que l'on veut diviſer, comme ſi je veux diviſer 25 par 8, j'ajouteray à 25 deux zeros avec les denominations convenables, j'auray 2 5 0′ 0″, que je diviſeray par 8, le quotient donnera 3 1′ 2″ aſſez exactement.

Mais ſi le nombre à diviſer étoit fort petit à comparaiſon du diviſeur, il faudroit ajouter cinq ou ſix zeros pour faire commodement la diviſion. Comme ſi je veux diviſer 2 par 245, j'ajouteray cinq zeros aprés 2 avec les

denominations convenables, il viendra $2\,0'\,0''\,0'''\,0''''\,0'''''$, que je diviſeray par 245, le quotient donnera $8'''\,0''''\,8'''''$, aſſez preciſément, qui ſont 8 tierces & 8 quintes.

## CHAPITRE X.

### *De l'Extraction de la Racine quarrée.*

JE paſſeray cette operation icy legerement, daurant que le calcul differe fort peu de l'ordinaire, & je diray ſeulement que le nombre duquel on deſire tirer la Racine quarrée, ſera nombre quarré ou non quarré : S'il eſt quarré, l'operation ſe fera comme à l'ordinaire : s'il n'eſt point quarré, c'eſt peine perduë de vouloir chercher la racine, où il n'y en a point. Toutefois pour la trouver à peu prés, on obſervera que ſi le nombre contient ſeulement des entiers, il luy faudra ajouter des zeros en nombre pair, comme deux, quatre, ſix, avec leurs denominations convenables, & puis tirer la racine de tout ce nombre ſans ſe mettre en peine de ce qui pourra reſter, & mettre enfin ſur la derniere figure de la racine

la moitié de la denomination des parties du nombre non quarré, & ſur les ſuivantes à gauche celles qui ſuivent en decroiſſant : Comme pour avoir à peu prés la racine quarrée de ce nombre 28, qui eſt un nombre non quarré, en ajoutant par exemple quatre zeros avec leurs denominations, il viendra 28 0′ 0″ 0‴ 0⁗ duquel la racine quarrée eſt 5 2′ 9″ aſſez preciſe.

Où il eſt à remarquer que l'on ajoute des zeros en nombre pair, afin que la racine quarrée ait la moitié de la denomination des parties, comme d'autant que ce nombre 28 0′0″0‴0⁗ avoit des quartes, la racine 5 2′ 9″ a eu des ſecondes. Si elle eût eu ſeulement des ſecondes, la racine n'eût eu que des primes, ſi des ſextes, elle eût eu des tierces.

Mais ſi le nombre non quarré contient des entiers & des parties, comme primes, ſecondes, ou tierces, alors il faudra avoir égard à ces parties, & ſi les dernieres, & plus petites, ſont en nombre impair, comme primes, tierces, quintes, il y faudra ajouter un zero, avec la denomination qui luy convient, afin de les rendre ſecondes,

quartes, ou sextes; autrement on ne pourroit pas tirer la racine quarrée du nombre, à cause qu'il faut que la racine ait toujours la moitié des parties, & que le nombre impair ne se peut pas diviser en deux.

Comme pour tirer la racine quarrée de ce nombre 1 2 5′, en y ajoutant un zero avec sa denomination convenable, il viendra 1 2 5′ 0″, duquel la racine quarrée sera 3 5′, assez precise. Que si on y eut ajouté trois zeros avec les parties, on eût eu 1 2 5′ 0″ 0‴ 0⁗, la racine quarrée duquel nombre eût été 3 5′ 3″ plus precise. Et l'on l'auroit trouvée encore plus exacte si on y eût ajouté cinq zeros. Car ainsi le nombre auroit eu des sextes & la racine des tierces: Mais comme il a déja été dit, c'est assez en Geometrie de determiner les grandeurs par les secondes divisions, celle qui s'exptime par les tierces étant de peu de consequence, si ce n'est en la solidité des Corps, desquels nous traiterons au quatriéme Livre. *a*

*a* C'est à peu prés de la même façon que l'on tirera la Racine cubique d'un nombre qui n'est pas cubique, pourvû qu'au nombre proposé on luy ajoûte des zeros de trois en trois,

comme trois, ſix, neuf, &c. quand il repreſente des entiers, & alors la Racine cubique aura le tiers de la denomination des parties, laquelle ſera conforme au nombre des zeros qui auront été ajoûtez.

Comme pour tirer la Racine cubique de ce nombre 36, qui repreſente par exemple 36 toiſes cubes, en luy ajoûtant ſix zeros, on aura 36000000, où le dernier zero repreſente des ſixiémes, & dont la Racine cubique eſt à peu prés 3 2′ 9″, c'eſt à dire dans cette ſuppoſition 3 toiſes & 29 centiémes parties de la toiſe; leſquelles on peut reduire en pieds & en pouces par la Regle de Trois, en diſant, Si 100 donnent 29, combien donneront 6? qui eſt le nombre des pieds de la toiſe courante, & l'on trouvera 1 toiſe & environ 9 pouces, pour la Racine cubique aſſez proche du nombre propoſé. Mais cette reduction ſe peut faire ſans calcul, comme vous verrez dans la ſuite.

Pareillement ſi le nombre qui n'eſt pas un cube parfait, contient outre les entiers un nombre de parties, qui ne ſoit pas diviſible par trois, comme des primes, des ſecondes, des quartes, &c. il luy faudra ajoûter autant de zeros qu'il en ſera neceſſaire, pour faire que la denomination des parties ſoit un nombre diviſible par trois, & alors le quotient ſera la denomination des parties de la Racine cubique.

Ainſi pour tirer la Racine cubique de ce nombre 3 2 4 5′ 6″, on luy ajoûtera un zero, ou bien quatre zeros, pour avoir la Racine cubique plus exacte, & l'on aura 3245 60000, dont la Racine cubique eſt 6 8′ 2″.

Il y a quelque choſe à redire touchant cette Regle, mais comme tous les Auteurs l'ont ſuivie juſques à preſent, je n'en parleray pas davantage.

## CHAPITRE XI.

### *Du Reducteur des nombres Geometriques.*

IL eſt certain que le calcul d'une grandeur ayant été fait par les nombres Geometriques deſquels nous traittons icy, ne peut pas montrer le contenu que l'on cherche à l'uſage du lieu, à cauſe de la diviſion de la meſure commune en dix, qui ne répond aucunement aux diviſions ordinaires. Car par exemple la toiſe de laquelle ſe ſervent la pluſpart des Artiſans, eſt diviſée en 6 pieds, & nous voulons qu'on la diviſe en 10 parties égales, leſquelles ſont de beaucoup plus petites. Au contraire la Perche de laquelle on ſe ſert pour meſurer les terres, eſt communement de 18. 20. 22 ou 25 pieds, ſelon les divers Uſages & Coutumes des païs : Et nous entendons qu'on la diviſe toujours en 10 également, chaque partie deſquelles ſera plus grande, que les pieds de la Perche ordinaire.

C'eſt

C'eſt pourquoy il eſt neceſſaire de faire quelque reduction pour faire le rapport de ces parties à l'uſage commun. Laquelle toutefois ſera ſi aiſée à faire par le moyen d'un Reducteur, duquel nous enſeignerons la conſtruction, que l'on ne doit faire aucune difficulté de ſe ſervir de cette diviſion denaire aux meſures communes, pour le grand abregé & facilité qui s'en enſuit. Dautant que par le moyen d'un Reducteur que l'on peut avoir gravé ſur une partie de la meſure, ou ſur quelque petite regle de cuivre ou de bois, en un inſtant on reduit ſans aucun calcul toutes ces primes, ſecondes, & tierces, qui ſont jointes avec les entiers aux meſures du païs, ſans qu'il ſoit beſoin d'uſer d'aucune regle d'Arithmetique. Et l'on peut faire plus d'operations en un quart d'heure par cette methode, qu'en deux heures par celle que l'on a de coutume de pratiquer.

## CHAPITRE XII.

### *De la Conſtruction des Reducteurs.*

SI l'on veut faire un Reducteur pour quelque meſure ordinaire que ce ſoit, en voicy la methode generale : Soient tracées cinq lignes qui contiendront quatre eſpaces, qui ſoient de ſuffiſante longueur, pour y marquer les diviſions neceſſaires. Et en l'un des eſpaces ſoient miſes les parties de la meſure par la diviſion denaire : En l'autre celuy qui ſervira pour les lignes qui ſera la diviſion de la meſure commune, & enfin aux deux qui reſtent, ſoient tracées en l'un autant de diviſions égales que contient le quarré des parties de la meſure commune pour la reduction des ſuperficies, & en l'autre autant de diviſions que contient le cube des parties de ladite meſure pour la reduction des Corps, & le Reducteur ſera fait.

Comme dautant que la toiſe eſt de 6 pieds, aprés avoir écrit au premier intervalle la diviſion de dix en dix, c'eſt à dire juſques à 1 0′ 0″, il faudra di-

viſer le ſuivant en 6 pour autant de pieds que contient la toiſe, & l'intervalle qui doit ſervir pour les ſuperficies en 36 parties égales, à cauſe que la toiſe quarrée contient 36 pieds, & enfin l'intervalle des ſolides en 216 parties, à cauſe que la toiſe cube contient autant de pieds cubiques, & le Reducteur de la toiſe ſera achevé, comme l'on voit dans la figure ſuivante. Semblablement pour faire un Reducteur pour le pied. Aprés avoir diviſé le premier eſpace en 10, & derechef en 10, il faudra diviſer celuy qui ſuit en 12 pour autant de pouces que contient le pied, & l'eſpace qui eſt deſtiné pour les ſurfaces en 144, & celuy des ſolides en 1728 pour les raiſons cy-devant dites, & le Reducteur du pied ſera achevé, comme l'on voit dans la même figure ſuivante.

Touchant la Perche : la premiere diviſion étant faite comme les precedentes, ſi la Perche doit contenir 18 pieds, l'intervalle des plans ou ſuperficies ſera de 324, & celuy des ſolides de 5832. Et ſi la Perche contient 20 pieds, l'eſpace deſtiné pour les ſurfaces ſera de 400 & celuy des ſolides

de 8000. Ce qu'on peut voir par les diviſions qui ſont tracées aux Reducteurs ſuivans, pour s'en ſervir aux occaſions.

## Chapitre XIII.

### *De l'uſage & de la facilité des Reducteurs.*

Apres avoir expliqué le Reducteur & la methode de le conſtruire, il reſte à montrer l'uſage & la facilité qu'il y a de s'en ſervir, ce que je feray voir à l'œil par ces exemples.

#### *Exemple premier.*

Suppoſons que ce nombre 7 2′ 8″, qui ſignifie 7 toiſes 2 primes & 8 ſecondes ſoit la circonference d'un cercle, & qu'il faille exprimer ſa valeur ſelon la meſure commune : Premierement on eſt aſſeuré, qu'il y a 7 toiſes, à cauſe des 7 entiers au nombre propoſé : Mais pour ſçavoir la valeur de ces parties 2′ 8″, il faut voir ſur le Reducteur de la toiſe, en l'eſpace ou intervalle qui ſert pour les lignes, puiſqu'il s'agit de la circonfe-

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Restes | 70″ | 80″ | 90″ | 100″ |
| Lignes | | V | | VI |
| Plans | V | XXX | | XXXVI |
| Solides | 160 | 180 | 200 | 216 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Restes. | 70″ | 80″ | 90″ | 100″ | | |
| Lignes | II | IX | X | XI | XII | |
| Plans | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 144 |
| Solides | 200 | 1300 | 1400 | 1500 | 1600 | 1700 | 28 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Restes | 70″ | 80″ | 90″ | 100″ | | |
| Lignes | II | XIII | XIIII | XV | XVI | XVII | XVIII |
| Plans | | 250 | | 300 | | 324 |
| Solides | | 4500 | | 5400 | | 5832 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Restes | 70″ | 80″ | 90″ | 100″ |
| Lignes | XIV | XVI | XVIII | XX |
| Plans | 300 | 350 | 400 | |
| Solides | 6000 | 7000 | 8000 | |

UNIV. C

rence d'un cercle, qui eſt une ligne, quel eſt le nombre vis à vis de 2′ 8″, & l'on trouvera 1 pied 8 pouces ou environ pour la valeur de 2′ 8″. Ainſi la circonference du cercle que l'on deſire ſçavoir eſt de 7 toiſes, 1 pied, 8 pouces, aſſez préciſément.

*Exemple ſecond.*

SUppoſons derechef que ce nombre 7 2′ 8″ qui ſignifie 7 toiſes 2 primes & 8 ſecondes, ſoit la ſuperficie d'une ſalle, & qu'il faille exprimer ſa valeur ſelon la meſure commune : Premierement on eſt aſſeuré qu'il y a 7 toiſes puiſqu'il y a 7 entiers au nombre propoſé ; Mais pour ſçavoir la valeur de ces parties 2′ 8″, il faut voir ſur le Reducteur de la toiſe en l'eſpace des plans parce qu'il s'agit de la ſuperficie d'une ſalle, quel eſt le nombre vis à vis de 2′ 8″, & l'on trouvera 10 pieds ou environ pour la valeur de 2′ 8″. Ainſi le contenu de la ſuperficie de la ſalle que l'on deſire ſçavoir, eſt de 7 toiſes 10 pieds aſſez preciſément.

Que ſi ce nombre 7 2′ 8″ eut repreſenté la ſolidité de quelque corps,

comme d'une portion de rempart ou fossé, on eût été premierement asseuré, qu'il y eût eu 7 toises cubes, à cause des 7 entiers : Mais pour sçavoir la valeur des $2^t\ 8^{''}$, il eût fallu voir sur le Reducteur de la toise, en l'espace des Solides, puisqu'il s'agist de la mesure d'un Corps, quel nombre est vis à vis de $2^t\ 8^{''}$, & on eût trouvé 60 pieds ou environ : & la solidité de ce Corps eût été de 7 toises cubes, & 60 pieds cubiques assez precisément.

*Exemple troisiéme.*

SEmblablement suppoſons que la superficie d'un cercle soit de $2\ 5\ 4^t\ 4^{''}$, c'est à dire de 25 pieds 4 primes & 4 secondes. Premierement on est asseuré qu'il y a 25 pieds, à cause des 25 entiers, mais pour sçavoir ce que valent $4^t\ 4^{''}$, vis à vis de $4^t\ 4^{''}$ on trouvera sur le Reducteur du pied en l'espace des superficies environ 63 pouces ; ainsi le contenu du cercle sera de 25 pieds quarrez & 63 pouces assez precisément.

Que si ce nombre $2\ 5\ 4^t\ 4^{''}$ eût representé la solidité de quelque corps, comme d'un globe, ou autre chose so-

lide, on eût été premierement certain qu'il y eût eu 25 pieds cubes, à cauſe des 25 entiers. Et pour ſçavoir la valeur de 4′ 4″, vis à vis de 4′ 4″, ſur le Reducteur du pied, en l'eſpace des ſolides (puiſqu'il s'agit de la ſolidité d'un corps) on eût trouvé 760 pouces cubes ou environ. Ainſi la ſolidité de ce corps eſt de 25 pieds cubiques & de 760 pouces aſſez preciſément.

*Exemple quatriéme.*

ENfin pour donner un exemple de la meſure de la Perche, ſuppoſons qu'une terre labourable contienne ce nombre 24 3′ 2″ qui ſignifient 24 Perches 3 primes & 2 ſecondes. Premierement on doit être aſſeuré qu'il y a 24 Perches quarrées, puiſqu'il y a 24 entiers. Mais pour ſçavoir ce que vallent 3′ 2″, il faut conſiderer ſur le Reducteur de la Perche quel eſt le nombre vis à vis de 3′ 2″ en l'eſpace des ſuperficies, & l'on trouvera 128 pieds, pour la valeur de ces parties. Ainſi le contenu de cette terre ſera de 24 Perches, & 128 pieds preciſément, au lieu où la Perche aura 20 pieds de long. Car ſi la Perche n'avoit

que 18 pieds, vis à vis de 32, on eût trouvé 103 pieds ou environ pour la valeur des parties.

Je donnerois un exemple pour la ſolidité de la Perche, mais dautant qu'elle n'eſt pas en uſage, je n'en traiteray point, je ne laiſſeray pourtant pas de tracer l'eſpace des ſolides ſur les Reducteurs ſi l'on deſire s'en ſervir, car pour l'operation elle ne differe point des precedentes.

Si l'on veut ſe paſſer de Reducteurs, & qu'on veuille ſçavoir la valeur de ces reſtes, à cauſe de la commodité de la multiplication de ces nombres Geometriques, on n'aura (pour dire quelque choſe en general) qu'à conſiderer ſi les reſtes ſignifient une longueur, une ſuperficie, ou un corps; & ſi ces reſtes ſignifient une longueur, il faudra multiplier les parties de la meſure commune par les reſtes, & ôter du produit autant de figures vers la droite que les reſtes ont de parties : ainſi $6'7''$ de reſte à la toiſe vaudront 4 pieds, car multipliant les parties de la toiſe 6 par $6'7''$, il viendra $4\ 0'\ 2''$, & ôtant deux figures, il reſtera 4 qui ſignifient 4 pieds de longueur, & quelque peu

davantage. Mais ſi les reſtes ſignifient une ſuperficie, il faudra multiplier le quarré de la meſure commune par les reſtes, & ôter du produit autant de figures que les reſtes auront de parties. Comme ſi je veux ſçavoir combien vallent 3′ 9″ qui eſt un reſte de toiſe arrivé à la meſure d'une ſuperficie, je multiplieray le quarré de la toiſe 36 par 3′ 9″, & j'ôteray du produit 1 4 0′ 4″, les deux dernieres figures, à cauſe des ſecondes qui ſont au reſte, le reſtant ſera 14, qui ſignifieront 14 pieds quarrez, & 4″ qui vallent quelque 6 pouces. Enfin ſi je veux ſçavoir combien vallent 9′ qui eſt un reſte de toiſe ſolide, je multiplieray le cube de la toiſe 216 par 9′, & j'ôteray du produit 1 9 4 4′ la derniere figure, à cauſe que le reſte n'a que des primes, il reſtera 194 pieds cubes, & 4′ qui valent quelque 700 pouces.

## CHAPITRE XIV.

### *Des problemes neceſſaires à la pratique de la Geometrie.*

MON deſſein eſt de ne rien omettre de ce qui peut être utile pour mettre en pratique cette Geometrie. Et que perſonne ne m'accuſe d'être trop exact en ces commencemens : Car je ſçay par experience, que pluſieurs ont été rebuttez de ces ſciences, pour n'avoir pas été expliquées facilement comme elles le devroient eſtre. Par exemple, qui eſt celuy qui pourra meſurer le contenu d'une ſuperficie, s'il ne ſçait tirer quelquefois une ligne droite, élever une perpendiculaire, & connoître ſi un angle eſt droit ou oblique. Ils diront que cela eſt trop facile, & que cela ſe fait avec la Regle, l'Equierre, & le Compas, je le veux : Mais on ne ſe ſert pas de ces Inſtrumens là ſur la terre comme l'on fait ſur le carton & ſur le papier : Il y a bien de la difference, & je m'aſſure que pluſieurs qui croyent cela facile, ſe trouveroient ſouvent bien empêchez,

ſi par hazard ils ne l'avoient veu pratiquer. C'eſt pourquoy j'ay crû qu'il étoit utile d'enſeigner auparavant quelques petits Problemes, tels que ſont les ſuivans.

## PROBLEME I.

### *Comment l'on doit tirer des Lignes droites ſur les ſuperficies planes.*

IL y a trois manieres de tirer des lignes droites ſur les ſuperficies. La premiere ſe fait par le moyen d'une regle, & d'une pointe ou crayon : ce qui ſe pratique ſur le papier ou autre ſuperficie de petite étenduë ; il n'eſt pas beſoin d'en faire un long diſcours, parce que la pratique en eſt connuë de chacun. La ſeconde maniere de tirer des lignes droites, ſe pratique avec un cordeau tendu par les deux extrémitez, comme font les Peintres, les Maçons, les Charpentiers, les Jardiniers, & les autres Artiſans : La troiſiéme eſt propre aux Arpenteurs & aux Ingenieurs, qui ont beſoin de tracer des lignes droites de longue étenduë, laquelle ſe fait ordinairement par le

rayon viſuel que l'on dreſſe au travers des pinules d'un inſtrument, en commandant à quelqu'un qu'il plante des baſtons ou piquets en diſtances conſiderables les uns des autres, le long de ce rayon, en l'avertiſſant toutefois quand il s'écarte du droit chemin. Que ſi la diſtance eſt trop longue, ou que la voix de l'homme ne puiſſe pas parvenir, ou bien ſi il n'eſt pas neceſſaire quelle ſoit entenduë, on fera ſigne de la main que celuy qui fiche les piquets ſe redreſſe à droit ou à gauche, quand il ne les plantera pas le long du rayon viſuel.

Si quelque danger ſe preſente, comme à conduire une tranchée vers une place aſſiegée, alors on la tracera de nuit, par le moyen de quelque feu couvert, & caché aux ennemis, que l'on poſe au lieu que l'on a remarqué de jour, & auquel on deſire parvenir, pour dreſſer le travail des ſoldats, & faire les approches.

Ce Probleme étant bien entendu, il ſera aiſé de prolonger une ligne droite ſi la neceſſité le demande.

## PROBLEME II.

*Comme l'on connoiſt ſi les lignes qui ſont tracées ſur les ſuperficies, ſont droites ou obliques.*

LA doctrine des contraires étant ſemblable, ſi par la regle, la corde tenduë, & le rayon viſuel on peut mener une ligne droite, par même moyen on connoiſtra aiſément auſſi, ſi la ligne propoſée à examiner ſera droite ou non. Car ſi la ligne de la rectitude de laquelle on eſt en doute, s'étend en tous endroits le long de la regle, ou cordeau tendu, ou rayon viſuel, ſans s'en éloigner, c'eſt une marque que la ligne eſt droite, ſi elle fait autrement elle eſt oblique.

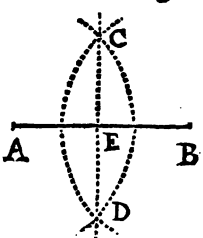
## PROBLEME III.

*Comment on diviſe les lignes droites en deux parties égales.*

LA diviſion des lignes droites en autant de parties que l'on voudra, eſt bien une propoſition plus generale,

mais l'uſage ne s'en rencontrant pas en noſtre Geometrie, je me ſuis contenté de celle-cy.

Soit donc la ligne droite A B, qu'il faille diviſer en deux parties égales: pour ce faire ſoit mis le pied d'un compas à l'extrémité A, & étant ouvert de plus de la moitié de la ligne, ſoit tiré l'arc C D; puis ayant mis derechef le pied du compas à l'autre extrémité B, ſans changer l'ouverture, ſoit fait un autre arc coupant le precedent, & par l'interſection des arcs ſoit tirée la ligne C D, laquelle diviſera la ligne droite A B au point E, en deux parties égales. Remarquez qu'au lieu d'un compas on ſe ſert ſur la terre d'un cordeau qui a des piquets à ſes extrémitez. *a*




*a* Pour pas n'avoir la peine de faire des arcs ſur la terre, ce qui eſt aſſez difficile, quand le terrain eſt inégal, ou raboteux, ou bien remply de brouſſailles : il ſera plûtôt fait d'étendre un cordeau le long de la ligne A B, & de le redoubler en joignant ſes deux extrémitez, car ainſi on aura la moitié de la

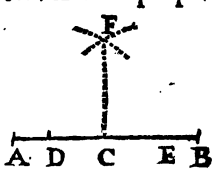
ligne proposée A B, & il n'y aura plus qu'à porter cette moitié ou cordeau redoublé sur la ligne A B, depuis l'une de ses deux extrémitez A ou B, pour avoir le point E du milieu qu'on cherche.

## PROBLEME IV.

### *Comment on tire des perpendiculaires sur les autres lignes.*

COmme nous avons dit que les lignes droites sont tirées en trois manieres sur les superficies, il en est de même des perpendiculaires, qui sont des lignes droites : c'est à dire qu'elles se tirent avec le compas, le cordeau, & le rayon visuel conduit par les pinules de quelque instrument.

La premiere avec le compas se fait en cette sorte. Soit la ligne droite A B, sur laquelle il faut élever une perpendiculaire du point C ; pour ce faire soient coupées avec le compas C D, & C E égales, ( & qu'elles soient parties considerables de la ligne A B : car les plus grandes font l'operation plus



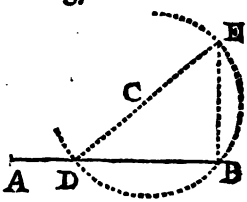
certaine, ce qu'on obſervera à toutes les autres ) puis élargiſſant davantage le compas, on mettra un des pieds au point D, & on décrira l'arc d'un cercle vers la partie où l'on veut tirer la perpendiculaire. En aprés ſans changer l'ouverture du compas, ſoit mis un des pieds au point E, & décrit un autre arc, qui coupera le precedent au point F, comme il ſe voit en la figure. Ce qui étant fait, il n'y aura plus qu'à tirer une ligne droite avec la regle du point C au point F, pour avoir la perpendiculaire ſur la ligne donnée ; ce qu'il falloit faire. *a*

Que ſi on la veut mener du point qui eſt à l'extrémité de la ligne, il faudra prolonger la ligne de ce côté-là, & ſi le lieu ne le permet pas, faire ainſi.

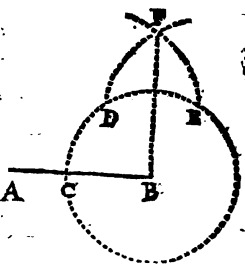
*a* Quand on travaille ſur la terre, au lieu de faire des arcs de cercle des deux points D, E, également éloignez du point donné C, ce qui n'eſt pas toujours facile, il faut attacher aux deux points D, E, deux cordeaux d'une grandeur égale & telle qu'on voudra, mais neanmoins plus grande que C D, ou que C E : car ſi l'on joint enſemble les deux bouts de ces cordeaux également tendus, on aura le point F, par lequel & par le point donné C, on pourra tirer la perpendiculaire C F.

Soit

Soit la ligne droite A B à l'extrémité de laquelle, comme au point B, il faille tirer une perpendiculaire : Pour ce faire, ayant mis un pied du compas au point B : soit élargy l'autre d'une distance considerable, comme au point C, où ayant mis & arrêté le pied du compas, soit tracé avec l'autre l'arc d'un cercle, qui coupera la ligne A B au point D, puis du point D soit tirée une ligne droite par le point C, qui coupera cet arc au point E. Ce qui étant fait, il n'y aura plus qu'à tirer la ligne E B, pour avoir une perpendiculaire à l'extrémité de la ligne B, ce qu'il falloit faire.




Autrement & plus generalement. Soit la ligne donnée A B & le point donné B à son extrémité, ou en un autre endroit, pour ce faire ayant mis le pied du compas au point B, soit

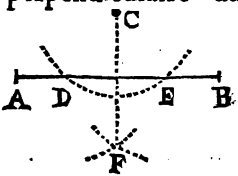



D

décrit le cercle C D E, & ſans changer l'ouverture du compas, ayant mis ſon pied au point C, ſoient coupées C D, & D E égalles, puis des points D & E ſoient décrits deux arcs s'entrecoupant au point F, & enfin ſoit tirée la perpendiculaire F B.

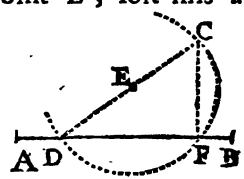
Voila la methode ordinaire pour tirer la perpendiculaire d'un point qui eſt ſur une ligne donnée. Que ſi le point étoit hors de la ligne il faudroit faire ainſi.

Soit la ligne A B, ſur laquelle il faille mener une perpendiculaire du point C. Pour ce faire ayant mis un pied du compas au point C, ſoit élargy l'autre de telle ſorte qu'il puiſſe couper la ligne A B en deux points, comme D & E, & ſans changer ſi l'on ne veut cette ouverture, ſoient des points D & E décrits deux arcs qui s'entrecouperont au point F, ce qui étant fait, il n'y aura plus qu'à tirer la ligne droite C F, qui ſera perpendiculaire à la ligne A B, ce qu'il falloit faire.



Et s'il arrive que la perpendiculaire qui doit être tirée du point qui eſt hors de la ligne tombe à l'extrémité ou fort proche, alors il faudra prolonger la ligne donnée de ce côté, où ſi le lieu ne le permet pas, faire ainſi.

Soit la ligne droite A B, & le point C hors de cette ligne, duquel il luy faille mener une perpendiculaire; pour ce faire ſoit tirée du point C la ligne droite C D, coupant la ligne A B à une diſtance conſiderable du point B, pour faire l'operation plus certaine : puis ayant diviſé la ligne C D en deux parties égales au point E, ſoit mis au point E le pied du compas, & l'autre élargy juſques au point D, & décrit l'arc d'un cercle qui paſſera par le point B ou coupera la ligne A B proche de B comme en F. (Si du point C on peut mener une perpendiculaire ſur la ligne donnée.) Ce qui étant fait, il n'y aura plus qu'à tirer une ligne droite du point C au point F, pour avoir la perpendiculaire C F, ce qu'il falloit faire.



On pourra pratiquer ſur la terre ces quatre Problemes avec un cordeau, de la même façon que l'on a fait cy-deſſus ſur le papier avec le compas. Car ſi au bout du cordeau on y lie un piquet, & qu'on le fiche en terre, on tracera des arcs de cercle avec un bâton attaché au cordeau éloigné du piquet d'une diſtance conſiderable, comme ſi c'étoit avec un compas. *a*

*a* Mais ſi dans ce dernier exemple on ne peut pas commodément tracer un cercle ſur la terre, ayant attaché au point donné, C un cordeau, & l'ayant étendu juſqu'à ce qu'il raſe la ligne donnée A B, il en faut meſurer la longueur, que nous ſuppoſerons de 6 pieds. Aprés cela on cherchera un nombre quarré, duquel ôtant le quarré de 6, c'eſt à dire 36, le reſte ſoit un nombre quarré. Ce premier & plus grand nombre quarré eſt 100 dont le le côté eſt 10, pour la longueur de la ligne C D : car ſi de 100 on ôte 36, il reſte 64, dont la racine quarrée eſt 8, pour la longueur de la ligne D F, la perpendiculaire C F étant 6. Attachez donc un cordeau au point donné C, long de 10 pieds, & l'étendez juſqu'à ce que ſon extrémité rencontre la ligne donnée A B, en quelque point, comme en D, d'où vous prendrez ſur la même ligne donnée A B, la ligne D F de 8 pieds, & le point F ſera celuy par lequel & par le point donné C, on tirera la droite C F, qui eſt la perpendiculaire qu'on cherche.

Pour trouver un nombre quarré, duquel ôtant un nombre quarré donné, le reſte ſoit auſſi un nombre quarré, ſervez-vous de ce Canon general, que nous avons tiré de l'Algebre.

*Si au quarré donné on ajoûte un quarré indeterminé plus grand ou plus petit que le quarré donné, & qu'on diviſe la ſomme par le double du côté du même quarré indeterminé; on aura le côté du quarré qu'on cherche.*

Comme ſi au quarré donné 36, on ajoute le quarré indeterminé 4, dont le côté eſt 2, & que par le double 4 du côté 2, on diviſe la ſomme 40, le quotient 10 donnera le côté du quarré qu'on cherche, ou la longueur de la ligne C D.

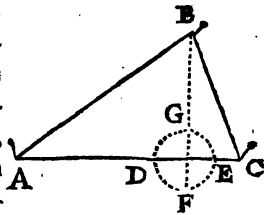
Pareillement ſi au même quarré donné 36 on ajoute le quarré indeterminé 9, dont le côté eſt 3, & qu'on diviſe la ſomme 45 par le double 6 du même côté 3, on aura 7 pieds, 6 pouces pour la longueur de la ligne C D, & alors la ligne D F ſe rencontrera de 4 pieds, 6 pouces.

Il reſte à montrer comme les Arpenteurs & les Ingenieurs décrivent les perpendiculaires ſur terre par le moyen du rayon viſuel avec leur bâton ou inſtrument.

Il faut donc ſçavoir premierement que les Arpenteurs ont un bâton pointu pour le ficher en terre, de 4 ou 5 pieds de haut, à l'extrémité duquel il y a une platine de cuivre ronde ou

quarrée, qui eſt fenduë droit au milieu par deux diametres qui ſe croiſent à angles droits, au moyen deſquels ils voyent en un inſtant par quelle voye ils peuvent conduire une perpendiculaire du point qui eſt donné ſur une ligne. Ce qu'ils pratiquent en cette façon.

Soit un triangle rectiligne A B C, & que du point B, il faille mener une perpendiculaire ſur la ligne A C. Pour ce faire, premierement l'Arpenteur plantera des piquets aux angles de la piece, ſçavoir en B, afin d'en mieux diſtinguer les extremitez, puis fichant ſon bâton à plomb ſur la ligne A C, il regardera par la fente D E, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, s'il peut voir les extrémitez A regardant par E D, & C regardant par D E. Car cela étant la fente de l'inſtrument D E, ſera juſtement ſur la ligne A C. En aprés il regardera par l'autre fente F G, s'il voit le point B, que ſi il le voit, il n'aura plus qu'à conduire ſa chaîne ou cor-



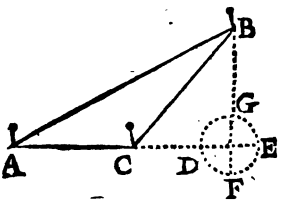
deau le long de la ligne F B, pour tracer la perpendiculaire qu'on demande. Que ſi en regardant par les pinules ou fentes F G il ne rencontre pas le point B au bout du rayon viſuel, il verra aiſément ſi ſon bâton eſt fiché trop à droit ou à gauche, & changera de lieu le long de la ligne A C, juſques à ce qu'il puiſſe rencontrer les deux extrémitez A & C par la fente D E, & par l'autre le point B, pour conduire la perpendiculaire en ligne droite. *a*

Que s'il arrivoit que la piece de terre fût incommodée par le dedans,

*a* Quand on n'a point de bâton d'Arpenteur, & qu'on peut meſurer les côtez du triangle A B C, on pourra trouver ſur la baſe A C le point de la perpendiculaire, ou ſa diſtance depuis le plus grand côté A B, c'eſt à dire depuis l'angle A, en diviſant par le double de la baſe A C l'excez de la ſomme du quarré de la même baſe A C & du quarré du plus grand côté A B ſur le quarré du plus petit côté B C.

Comme ſi le côté A B eſt de 15 toiſes, le côté B C de 13, & la baſe A C de 14, en diviſant l'excez 252 de la ſomme 421 des quarrez A B, A C, ſur le quarré B C, par le double 28 de la baſe A C, on aura 9 toiſes pour la diſtance de la perpendiculaire à l'angle A.

il faudra tirer la perpendiculaire par dehors en cette maniere. Soit le triangle A B C ayant comme deſſus les extrémitez marquées avec des piquets, & qu'il faille du point B, tirer une perpendiculaire ſur le côté A C prolongé. Pour ce faire, on ſe retirera avec le bâton le long de la ligne A C, en ſorte que par la fente E D on puiſſe voir les deux piquets C & A, & par l'autre fente F G, le point B : ce qui étant fait, la ligne qui ſera menée de B en F, ſera la perpendiculaire du triangle qu'il falloit trouver. *a*



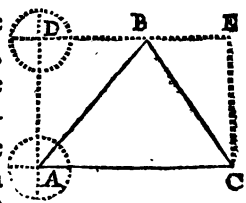

*a* Quand on n'a point de bâton d'Arpenteur, & qu'on peut connoître la grandeur de tous les côtez du triangle A B C, on pourra trouver hors de la baſe A C prolongée le point de la perpendiculaire, ou ſa diſtance depuis l'angle obtus C, en diviſant par le double de la baſe A C, l'excez du quarré du côté A B oppoſé à l'angle obtus C. ſur la ſomme des quarrez des deux autres côtez A C, B C.

Comme ſi le côté A B eſt de 15 verges, le côté B C de 13, & la baſe A C de 4, en diviſant

diviſant l'excez 40 du quarré A B, qui eſt 225 ſur la ſomme 185 des deux quarrez A C, B C, par le double 8 de la baſe A C, on aura 5 verges pour la diſtance de la perpendiculaire à l'angle C.

Il eſt évident que ſi l'on ôte le quarré de cette diſtance du quarré du côté adjacent B C, la Racine quarrée du reſte donnera la longueur de la perpendiculaire.

Mais parce qu'il ſe rencontre auſſi des triangles oxygones, qui neceſſairement ont leurs perpendiculaires en dedans : il y a un peu plus de difficulté pour la trouver quand le triangle ſe trouve incommodé. Ce qui toutefois ſe pourra faire de cette maniere, quand la neceſſité le demandera.




Soit le triangle oxygone A B C, duquel on deſire tracer la perpendiculaire : pour ce faire ſoit menée la perpendiculaire A D ſur la ligne C A, & cheminant ſur la ligne A D que l'on y fiche le bâton d'Arpenteur à plomb, en tel endroit que regardant par l'une des fentes le point A, on puiſſe voir par l'autre le point B : & alors la ligne A D ſera la perpen-

diculaire du triangle A B C, ce qu'il falloit trouver. *a*

## PROBLEME V.

### *Comment ſont tracez les angles droits ſur les ſuperficies.*

CEtte propoſition eſt la même choſe que la precedente, mais propoſée tout autrement. Car celuy qui ſçait faire une perpendiculaire ſur une

*a* On connoît quand la perpendiculaire d'un triangle tombe au dedans du même triangle, ſçavoir lorſque tous les angles ſont aigus : & qu'elle tombe en dehors, lorſqu'un angle eſt obtus, & qu'on la tire de l'un des deux angles aigus ; car ſi on la tiroit de l'angle obtus, elle tomberoit en dedans, étant certain que dans tout triangle la perpendiculaire tombe en dedans, lorſqu'on la tire du plus grand angle ſur le plus grand côté.

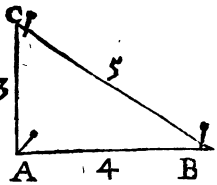
Mais comme il n'eſt pas toujours aiſé de bien juger des angles ſans inſtrument, on meſurera les côtez du triangle, qui feront connoître que la perpendiculaire tombera toujours en dedans, lorſque la ſomme des quarrez de deux côtez quelconques ſurpaſſera le quarré du troiſiéme côté : & qu'elle tombera en dehors, lorſque le quarré du plus grand côté ſurpaſſera la ſomme des quarrez des deux autres côtez, & qu'on la tirera ſur l'un de ces deux autres côtez.

ligne, ſçait par meſme moyen conſtruire un angle droit : parce que la perpendiculaire eſt une ligne qui fait ſur une autre les angles droits : & ainſi il n'eſt pas beſoin de traiter ce Probleme plus au long. Je diray ſeulement que ceux qui veulent faire promptement un angle droit, ou lever une perpendiculaire ſur le papier, ont une équierre, avec laquelle ſans aucune difficulté ils font ce qu'ils deſirent.

Mais ceux qui voudroient faire le meſme ſur quelque ſuperficie de plus grande étenduë, ſe trouveroient trompez, dautant qu'il faut que l'équierre ſoit d'une grandeur notable au reſpect de la ſuperficie, ſur laquelle il faut faire un angle droit : & ainſi pour remedier à tous les inconveniens, ils ſe ſerviront de l'invention ſuivante.

Ils prendront donc un cordeau de moyenne groſſeur, à l'extrémité duquel il y aura un piquet pour le pouvoir ficher dans terre, & ayant meſuré trois toiſes de corde, ils y arreſteront à ſon extrémité encore un autre piquet, & meſureront encore quatre toiſes pour y attacher le troiſiéme piquet ; enfin au bout de cinq toiſes il

y aura un anneau de cuivre, pour mettre dans le premier piquet, Ce cordeau ainſi preparé ſervira de tres-bonne équierre




pour faire des angles droits, & dreſſer des perpendiculaires ſur des ſuperficies de moyenne grandeur, car l'anneau étant joint au premier piquet, ſi on étend les cordes elles feront un triangle rectangle, comme il ſe peut voir à côté. C'eſt pourquoy ſi l'on veut faire un angle droit, ou une perpendiculaire ſur quelque ligne, il n'y aura qu'à mettre les deux piquets C A ou A B, avec leur cordeau étendu ſur la ligne donnée, & alors un de ces mêmes côtez ſera un angle droit, ou ſervira de perpendiculaire pour s'en ſervir ſur la terre, comme l'on ſe ſert d'équierre ſur le papier.

Que ſi enfin la ſuperficie eſt de grande étenduë, & que l'on n'ait point ces cordeaux pour s'en ſervir, on mettra en uſage le bâton de l'Arpenteur, ou de quelque inſtrument Mathematique qui puiſſe faire un angle droit, comme

nous avons cy-devant dit en la deſcription de la perpendiculaire. *a*

*a* Au lieu de 3 toiſes pour A C, on en pourroit meſurer 5, & au lieu de 4 toiſes pour A B, on en pourroit prendre 12, & alors au lieu de 5, il faudroit prendre 13 pour le cordeau ou hypothenuſe B C, parce que 5, 12, 13, eſt un triangle rectangle en nombres. Ou bien au lieu de 5 pour A C, on en pourroit prendre 8, & au lieu de 12 pour A B, on en pourroit meſurer 15, & alors l'hypthenuſe B C, ſe devroit prendre de 17, parce que 8, 15, 17, eſt un triangle rectangle en nombres, & on en peut trouver une infinité d'autres par ce Canon.

*Le double du produit de deux Nombres quelconques eſt un côté : la difference de leurs quarrez eſt l'autre côté : & la ſomme des mêmes quarrez eſt l'hypotenuſe.*

Ainſi en ſe ſervant de ces deux nombres 2, 3, qu'on appelle communément *Nombres generateurs*, le double 12 de leur produit 6 eſt le coté A B, la difference 5 de leurs quarrez 4, 9, eſt l'autre coté A C, & la ſomme 13 des mêmes quarrez 4, 9, eſt l'hypotenuſe B C.

Pareillement ſi l'on ſe ſert de ces deux autres nombres 1, 4, le double 8 de leur produit 4 eſt le côté A C, la difference 15 de leurs quarrez 1, 16, eſt l'autre coté A B, & la ſomme 17 des mêmes quarrez 1, 16, eſt l'hypotenuſe B C. Ainſi des autres.

## PROBLEME VI.

*Comment on connoîtra ſi les lignes ſont perpendiculaires ſur les autres, & ſi les angles que l'on a faits ſont droits ou obliques.*

CE Probleme eſt tres-facile, car ſi l'on ſçait faire une perpendiculaire ſur une ligne avec l'équierre, le cordeau, ou le rayon viſuel, on connoîtra par même moyen ſi la ligne de laquelle on eſt en doute eſt perpendiculaire ou non, c'eſt à dire, ſi elle fait un angle droit ou oblique.

## PROBLEME VII.

*Comment ſont décrits les Cercles ſur la ſuperficie de la terre.*

LE Compas décrit les Cercles ſur le carton & ſur les ſuperficies de petite étenduë : mais le cordeau les trace ſur celles qui ſont grandes, comme ſur la terre ; ce qui ſe fait en cette façon.

On fiche un bâton dans terre, au-

tour duquel on y arrête le bout de la corde, par le moyen d'un nœud ouvert, enſorte qu'en tournant un autre bâton qui eſt attaché à la corde, lequel eſt éloigné autant qu'il faut pour tracer la circonference, la corde ne s'entortille point à l'entour de celuy qui ſert de centre. Que ſi le lieu eſt ſi dur que l'on n'y puiſſe pas arrêter un piquet, on y pourra ficher quelque ferrement, ou au défaut faire tenir le bout de la corde par quelqu'un pendant qu'un autre tracera le Cercle ſur la ſuperficie propoſée.

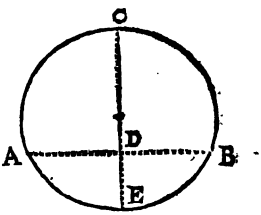
Par la même methode on décrira un arc, ou une partie de quelque circonference, ſi la neceſſité le demande.

## PROBLEME VIII.

### *Comment ſe trouvent les Diametres & les Centres des Cercles.*

CE Probleme n'eſt pas inutile à la Geometrie Pratique, comme l'on verra cy-aprés. Car ſouvent il faut meſurer le contenu d'un Cercle ou d'un Segment, ce qui ne ſe peut faire commodément que par la connoiſſance de

la longueur de la ligne qui passe par le Centre, que l'on appelle Diametre. Voicy donc comment le tout se trouve.

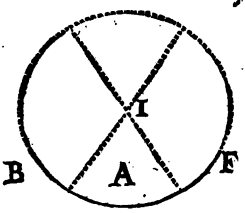



Soit le Cercle A B C, duquel on desire trouver le Diametre ; pour ce faire soit tirée la ligne A B, laquelle soit divisée en deux parties égales par la ligne C D E, par le 3. Probleme & elle sera le Diametre du Cercle. Il n'y aura donc plus qu'à diviser ce Diametre derechef en deux parties égales pour trouver le vray lieu du Centre.

Que si la circonference n'estoit pas entiere, & qu'il n'y eût par exemple que l'arc B A F, & que neanmoins il falluſt trouver le Centre. Ayant pris entre les deux extrémitez B & F un point comme A, on divisera de la même façon les deux arcs B A, A F, comme si c'étoient des lignes droites par le 3. Probleme, & à l'intersection des deux lignes droites I, se trouvera le Centre du Cercle.

Si la circonference du Cercle est de

grande étenduë, comme ſont celles qui ſe trouvent ordinairement ſur la ſuperficie de la terre, alors on tracera ces arcs, pour diviſer les lignes ou parties de circonference avec un cordeau, comme il a été enſeigné auparavant.



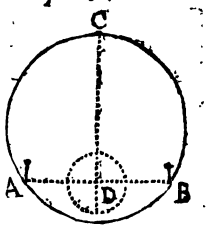

## PROBLEME IX.

*Comment les Diametres & les Centres des Cercles ſont trouvez avec le bâton de l'Arpenteur.*

VOicy une methode plus prompte pour trouver le Diametre & le Centre ſur une ſuperficie circulaire qui eſt ſur la terre.

Soit le Cercle A B C, au travers duquel il faut tirer le Diametre: pour ce faire que l'Arpenteur trace la ligne A B, aux extrémitez de laquelle il plantera deux piquets à plomb: puis ayant mis ſon bâton au milieu de cette ligne, qu'il faſſe enſorte, que par les

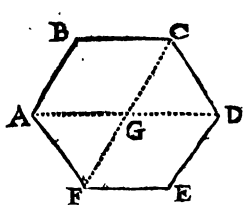
pinnules ou fentes de son instrument, il puisse voir les deux piquets A & B, regardant tantôt d'un côté, tantôt de l'autre. Ce qui étant fait, il n'aura plus qu'à dresser un rayon visuel par l'autre fente, qui lui montrera le lieu C par où il faudra tracer le Diametre du Cercle. Le Diametre étant trouvé, le Centre ne peut être ignoré que par ceux qui ne sçavent pas que le Centre est au milieu du Diametre.




## PROBLEME. X.

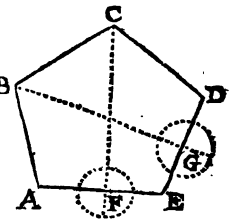
### *Comment se trouvent les Centres des Polygones reguliers.*

LEs Polygones reguliers ont les côtez en nombre pair ou impair : si leurs côtez sont en nombre pair, on trouvera leur Centre à l'intersection de



deux diagonales, tirées de deux angles opposez.

Mais si le nombre des côtez est impair, il faudra tirer deux lignes droites du milieu de deux côtez aux deux angles qui leurs sont opposez, & à l'intersection de ces deux lignes, se trouvera derechef le Centre du Polygone regulier que l'on cherche.




Je passe cecy legerement, comme étant une operation assez facile, soit que l'on veüille tracer ces lignes avec la regle, le cordeau, ou rayon visuel, & je n'en eusse fait aucune mention, n'eût été que cette proposition est utile à la Geometrie des Polygones, dont la superficie ne se connoît aisément que quand on sçait le lieu du Centre.

*Scholie. Le Polygone est une figure rectiligne qui a plus de trois angles, & par consequent plus de trois côtez, qui est dite reguliere, quand non-seulement les côtez, mais aussi les angles, sont tous égaux les uns aux autres. Il y en a toutefois qui mettent le triangle équi-*

*lateral parmy les figures regulieres, à quoy je ne m'oppoſeray en aucune façon.*

*De la Meſure de quelques lignes droites & courbes, par la connoiſſance que l'on peut avoir des adjacentes.*

ON pourroit faire une grande ſuite de propoſitions, qui enſeigneroient la methode de trouver une infinité de lignes, par la connoiſſance de la grandeur de quelques adjacentes. Mais cette matiere ayant été amplement traitée par pluſieurs excellens perſonnages, mon deſſein n'eſt d'enſeigner icy que ce qui ſera neceſſaire à noſtre Geometrie Pratique.

## PROBLEME XI.

*Comment ſont meſurées les Circonferences des Cercles, par la connoiſſance que l'on a du Diametre.*

LA methode ordinaire des Maçons, Arpenteurs, & autres Artiſans, eſt de multiplier le Diametre d'un Cercle donné par 22, & de diviſer le produit par 7, pour avoir la Circonference.

Comme ſi le Diamettre d'un Cercle eſt de 60, ſelon la regle il faudra multiplier 60 par 22, il viendra 1320, qui étant diviſez par 7, donnent au quotient 188 $\frac{4}{7}$ pour la circonference du Cercle qui a 60 de Diametre.

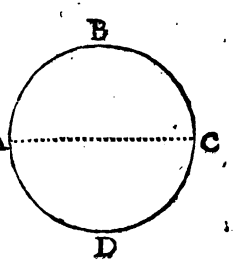
Autrement. Il y en a d'autres qui prennent le triple du Diametre, & la 7 partie du même Diametre, pour avoir la Circonference. Ainſi le triple de 60, eſt 180, & la 7 partie de 60 ſont $8\frac{4}{7}$, qui étant ajoutez avec 180, font comme auparavant, 188 $\frac{4}{7}$ pour la Circonference. Mais comme ces deux regles obligent à la diviſion, en voicy une qui en exemptera le Geometre.

*Regle.*

*Si on multiplie le Diametre d'un Cercle par* 3 1′ 4″ 2‴, *le produit donnera la Circonference.*

*Exemple.*

Suppoſons que le Diametre du Cercle A B C D, ſoit derechef de 60 pieds, ſelon la regle, je multiplie 60 par 3 1′ 4″ 2‴ il vien-



dra $188\,5'\,2''\,0'''$, qui signifient comme auparavant 188 pieds, & $5'\,2''$, qui sur l'intervalle des lignes du Reducteur du pied, donne 6 pouces ou environ : ainsi la Circonference du Cercle sera de 188 pieds & 6 pouces assez precisément.

*Demonstration.*

POur entendre la raison de cette operation, il faut sçavoir que quand le Diametre d'un Cercle est 1, la Circonference est de $3\,1'\,4''\,2'''$ assez precisément, ce qui étant connu, la demonstration sera telle.

Dautant que les Diamettres des Cercles sont entre eux en même raison que leurs Circonferences. Par la regle de proportion, comme le petit Diametre, sera à sa Circonference, ainsi le plus grand sera à la sienne. Mais le petit Diametre qui est le premier proportionnel est 1, qui ne divise point : ainsi il n'y a qu'à multiplier le Diametre du grand Cercle par la Circonference du petit, pour avoir la Circonference du grand que l'on cherche, ce qu'il falloit demontrer. *a*

*a* Pour avoir la Circonference plus exactement au moyen du Diametre connu, au lieu

de multiplier ce Diametre par $3\,1'\,4''\,2'''$, on le multipliera par $3\,1'\,4''\,1'''\,6''''$. Mais cette préciſion n'eſt gueres neceſſaire dans les operations vulgaires de la Geometrie Pratique, où il ſuffit mêmes de multiplier le Diametre par $3\,1'\,4''$, ſur tout quand ce Diametre eſt exprimé en pieds ou en pouces.

## PROBLEME XII.

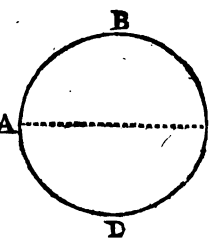
*Comment ſont meſurez les Diametres des Cercles, par la connoiſſance que l'on a de leur Circonference.*

CEtte propoſition eſt la converſe de la precedente : car ſi on multiplie le circuit d'un Cercle par 7, le produit étant diviſé par 22, donnera le Diametre. Comme ſi la Circonference d'un Cercle eſt de 44 toiſes, en multipliant 44 par 7, il vient 308, qui étant diviſez par 22, donneront 14, pour le Diametre du Cercle, qui a 44 de Circonference. Celuy qui voudra ſe ſervir des Nombres Geometriques, le trouvera autrement par cette regle ſans faire la diviſion.

*Regle.*

*Si on multiplie la Circonference d'un Cercle par* $3\,1''\,8'''$, *le produit donnera le Diametre.*

*Exemple.*




Suppoſons que la Circonference A B C D ſoit derechef de 44 toiſes, ſelon la regle je multiplie 44 par 3′ 1″ 8‴, il viendra 139′9″2‴, qui ſignifient 13 toiſes, & 9′9″, qui ſur l'intervalle des lignes du Reducteur de la toiſe, donnent 5 pieds & environ 11 pouces, ainſi le Diametre du Cercle ſera de 13 toiſes, 5 pieds & 11 pouces aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

POur entendre encore la raiſon de cette operation, il faut ſçavoir que que quand la Circonference d'un Cercle eſt 1, ſon Diametre eſt 3′1″8‴, ce qui étant connu, la demonſtration ſera telle.

Dautant que les Circonferences des Cercles ſont entre elles en meſme raiſon que leurs Diametres: par la regle de proportion, comme la petite Circonferençe ſera à ſon Diametre, ainſi

la

la plus grande ſera au ſien. Mais la petite Circonference qui eſt le premier proportionnel eſt 1, qui ne diviſe point: c'eſt pourquoy il n'y a qu'à multiplier la Circonference du grand Cercle par le Diametre du petit, pour avoir le Diametre du grand que l'on cherche, ce qu'il falloit demontrer. *a*

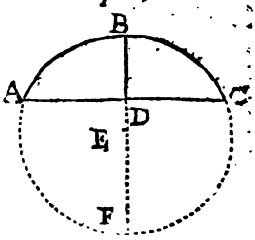
## PROBLEME XIII.

*Comment par la connoiſſance que l'on a de la corde, & de la fléche d'un Segment de Cercle, on trouve le Diametre du Cercle.*

CEtte propoſition eſt tres-utile pour la meſure préciſe des Segmens de Cercles, c'eſt pourquoy je n'ay pas voulu la paſſer ſous ſilence. Soit donc le Segment de Cercle A B C D A,

*a* Pour avoir le Diametre plus exactement par le moyen de ſa circonference connuë, ce qui peut être utile pour connoître le Diametre de la Terre, dont la circonference eſt d'environ 7200 lieuës communes de France; au lieu de multiplier ce Diametre par $3'1''8'''$, on le pourra multiplier par $3'1''8'''3''''$, & l'on aura 2291' aſſez exactement pour le Diametre de la Terre.

dont la corde soit A C, & la fléche D B, par la connoissance desquelles lignes, si l'on desire sçavoir le Diametre du Cercle, duquel le Segment A B C fait partie, on se servira de cette regle.




*Regle.*

*Si le quarré de la moitié de la corde est divisé par la fléche, le quotient donnera le reste du Diametre du Cercle.*

*Exemple.*

Supposons que la fléche D B soit de 70 pieds, & la corde A C de 200., la moitié sera 100, son quarré 10000, qui selon la regle, étant divisé par la fléche D B, qui contient 70, le quotient sera $142\frac{6}{7}$ & d'autant de pieds sera le reste du Diametre du Cercle D F, qu'il falloit trouver. *a*

*a* La démonstration de cette Regle est évidente à celuy qui sçait que la ligne A D,

ou C D, moitié de la corde A C étant perpendiculaire au Diametre B F, le quarré de cette perpendiculaire A D, eſt égale au Rectangle ſous les deux Segmens B D, D F; & & qu'ainſi en diviſant le quarré de la ligne A D, qui eſt connuë, par le Segment B D, qui eſt auſſi connu, il doit venir l'autre Segment D F, lequel par conſequent étant ajouté à l'autre Segment B D, on aura le Diametre B F qu'on cherche.

Mais ce Diametre ſe peut trouver autrement & immediatement par cette Regle qui a ſa demonſtration. *Diviſez par le Segment connu B D la ſomme des quarrez du même Segment B D, & de la moitié A D de la corde connuë A C.*

Comme dans cet exemple, en diviſant par 70, la ſomme 14900 des quarrez A D, B D, on aura 212 $\frac{6}{7}$ pour le Diametre B F.

*Scholie. Je pourrois ajouter pluſieurs propoſitions ſemblables à celles-cy, qui enſeigneroient à trouver la grandeur de pluſieurs lignes en diverſes figures, par la connoiſſance de quelques autres. Mais conſiderant que ces propoſitions n'auroient aucun uſage en cette Geometrie Pratique que je vay maintenant commencer à enſeigner; c'eſt pour cela que je n'ay pas voulu groſſir ce Livre de propoſitions inutiles.*

*Fin du premier Livre.*

# LA GEOMETRIE PRATIQUE,

## LIVRE SECOND.

### *Qui traite de la Meſure des lignes adjacentes.*

NOus ferons icy une diſtinction entre les lignes adjacentes & les lignes éloignées. Les lignes adjacentes ſont celles ſur leſquelles on y peut porter la Meſure ordinaire, les éloignées ſur leſquelles on ne peut. Nous avons amplement traité de celles-cy, en l'uſage du quarré Geometrique. Et ainſi pour rendre entiere la Geometrie des lignes, il reſte à dire quelque choſe mainte-

nant des adjacentes, qui pour la grande facilité que l'on y a trouvée, a été juſques aujourd'huy negligée par les Geometres.

## PROPOSITION I.

### *Comment ſe meſurent les lignes droites.*

POur bien meſurer les lignes droites il faut avoir une Meſure commune juſte, c'eſt à dire, ny plus longue ny plus courte qu'il ne faut ſelon le lieu où elle eſt en uſage. Car ny les pieds, ny les aunes, ny les toiſes, ny les perches, ne ſont égales en tous les endroits.

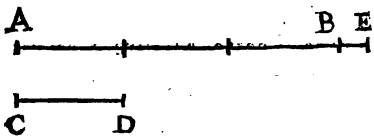
De plus, cette Meſure ſera diviſée en ſes parties ordinaires, & derechef ſous diviſée en de plus petites, ou ſelon la diviſion denaire, de laquelle nous avons cy-devant parlé, parce qu'il arrive rarement que la Meſure commune qu'on applique ſur les lignes propoſées à meſurer, y entre pluſieurs fois preciſément: ce qui étant fait, la Regle ſuivante enſeignera la methode de les meſurer.

*Regle.*

*Si on applique la Meſure commune ſur la ligne droite autant de fois que faire ſe pourra, on connoîtra combien cette ligne droite contient de Meſures communes: Que s'il y a quelque partie de reſte, comme il arrive ſouvent, la Meſure commune ne la pourra pas meſurer; mais ſes parties la meſureront.*

*Exemple.*

Soit la ligne droite A B qu'il faille meſurer avec la toiſe C D pour ce faire on appliquera la toiſe C D, autant de fois qu'elle pourra entrer le long de la ligne A B, & parce qu'elle y peut être appliquée trois fois juſtement, on dira que la ligne A B contient trois toiſes de long. Que ſi la ligne propoſée à meſurer ſe fût étenduë juſques au point E, alors la toiſe C D, n'eût pas pû meſurer ce reſte B E, parce qu'une



grande ligne ne peut pas mesurer une petite : mais appliquant les parties de la toise sur le reste B E, on eut connu sur la toise combien de pieds ou de pouces eut contenu la partie B E.

*Scholie. Je ne veux pas m'arrêter icy à ce que quelques-uns peuvent objecter, qu'il y a des lignes incommensurables, qui jamais ne pourront être mesurées precisément avec la Mesure ordinaire : ce qui est bien vray. Mais cette incommensurabilité n'empêche en rien la pratique de Geometrie, où c'est assez de mesurer en telle sorte que personne ne puisse recevoir un dommage qui soit sensible.*

Que si la ligne que l'on veut mesurer est en telle situation, que l'on ne puisse pas la parcourir, ou que si l'on y peut aller, que ce soit avec peine & danger, alors il faudra étendre une corde sur cette ligne d'un bout à l'autre, puis appliquer la Mesure commune autant de fois que faire se pourra sur la corde, pour connoître la grandeur ou étenduë de cette longueur incommodée.

Comme si l'on veut toiser la profondeur d'un puits, la hauteur d'une tour, ou le talud d'un fossé, il sera ne-

ceſſaire d'être au haut, & lâcher un cordeau avec un plomb juſques au bas, & quand le plomb y ſera arrivé, il faudra faire un nœud au bout d'enhaut. Puis ayant retiré à ſoy ce cordeau, on l'étendra pluſieurs fois ſur la Meſure ordinaire, pour trouver la longueur de la ligne que l'on deſiroit connoître.

Par cette methode on meſure la profondeur des rivieres, des mers, & d'autres lieux profonds.

Que ſi la diſtance que l'on veut meſurer n'a aucune pente, mais ſoit parallele à l'horiſon comme eſt le travers d'une riviere, d'un foſſé, ou autres étenduës incommodées, alors ayant attaché quelque caillou, plomb, ou autre choſe peſante à une corde, on la jettera par delà l'extrémité de la ligne que l'on veut meſurer, puis on les retirera peu à peu par l'autre bout de la corde ſi elle a paſſé trop avant, juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenuë au bord éloigné de la riviere ou foſſé. Ce qui ayant été fait, il faudra faire un nœud à la corde à l'endroit où ſe rencontre le bord acceſſible, & meſurer l'étenduë de la corde ſur la Meſure ordinaire.

dinaire quand on l'aura retirée.

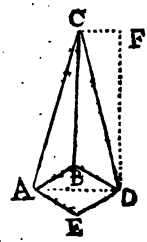
C'eſt de la même façon que l'on meſurera la hauteur d'une muraille, ou l'hypotenuſe d'un foſſé, pour y pouvoir dreſſer des échelles, ou y jetter un pont.

J'avertiray encore icy en paſſant, que ſi l'étenduë de la ligne eſt ſi longue qu'on n'y puiſſe pas jetter un poids notable, pour y étendre une corde, alors on pourra jetter une fléche avec une arbaleſte, juſques à l'autre extrémité, à laquelle on aura attachée quelque fiſſelle forte & legere, qui ſervira tant pour la retirer, ſi elle ne parvient pas au lieu deſiré, que pour pouvoir arracher la fléche ſans rompre la fiſſelle pour en aprés la meſurer.

*Scholie. Si quelqu'un dit, que c'eſt mal à propos que je prens icy la hauteur d'une tour, la profondeur d'un puits, ou la largeur d'un foſſé & d'une riviere pour une ligne adjacente, & que telles lignes doivent être plûtôt dites lignes éloignées. A cela je réponds, que quoi que ces lignes ſoient en effet éloignées, neanmoins elles ſe ſont renduës adjacentes par le moyen du cordeau qui eſt de pareille longueur, ſur lequel on peut appliquer la Meſure commune.*

## PROPOSITION II.

*Comment ſont meſurées les lignes droites adjacentes qui ſont empêchées.*




NOus avons enſeigné à connoître la grandeur des lignes droites avec la meſure ordinaire, & avec le rapport du cordeau, il reſte à dire quelque choſe de celles qui ſe trouvent tellement empêchées que l'on n'y peut porter ny la meſure, ny la corde. Soit par exemple la Pyramide A B C D, ou quelque autre corps, de laquelle on deſire ſçavoir la hauteur, pour ce faire on mettra une regle comme C F ſur le ſommet qui ſera parallele à la baſe A D, & de ſon extrémité F, on deſcendra un plomb avec ſa corde, juſques en bas, que l'on meſurera aprés l'avoir retirée pour avoir ſa juſte hauteur, que l'on ne pouvoit meſurer à cauſe de la ſolidité du corps, & de l'inclinaiſon des ſuperficies qui le bornent.

Que ſi quelqu'un vouloit meſurer

le diametre d'une boule ou ſphere, il devroit ſe ſervir d'un Compas ſpherique, avec lequel il prendra aiſément l'épaiſſeur ou le diametre de la boule propoſée. Ou au défaut d'un tel Compas, ſi la Sphere ou autre corps étoit trop gros, il faudroit mettre au deſſus de ce corps, comme nous avons dit, quelque regle de ſuffiſante longueur parallele au plan qui le ſoutient, & puis laiſſant tomber une corde du haut de la regle juſques en bas, on connoîtroit aiſément l'épaiſſeur de la boule ou autre corps que l'on deſire ſçavoir.

## PROPOSITION III.

*Autre maniere tres-commode pour meſurer les lignes droites adjacentes.*

DAutant que c'eſt une incommodité de porter toujours une toiſe en main, ou autre meſure, & que le plus ſouvent on ſe laſſe d'appliquer tant de fois la meſure ſur la ligne de laquelle on deſire ſçavoir l'étenduë, outre que ſouvent on ſe trompe en comptant; pour cette cauſe on s'eſt aviſé

pour travailler promptement, de faire faire un cordeau exprés, lequel au bout de chaque toise ou perche, a une papillotte de cuivre pendante qui marque la quantité des toises ou perches qu'il y a depuis le commencement du cordeau jusques à la papillotte. Et ainsi pour mesurer promptement une ligne droite, il n'y a qu'à devider son cordeau, faire tenir le bout à quelqu'un ou l'arrêter à un piquet sur le commencement de la ligne à mesurer, & l'étendre jusques à l'autre extrémité. Car en un instant la derniere papillotte marquera la quantité des toises ou perches qu'il y a en la ligne proposée. Que s'il y a quelque chose davantage outre la mesure entiere, il faudra mesurer ce reste avec un pied que l'on peut avoir, si toutefois les entre-deux des papillottes n'ont un nœud à chaque pied d'intervalle.

Que si la ligne de laquelle on desire sçavoir l'étenduë est fort longue, & excede la longueur du cordeau, on prendra 50 ou 60 toises de cordeau plus ou moins, que l'on appliquera plusieurs fois sur cette ligne, & en ce faisant on experimentera un tres-

grand abregé en cette Geometrie des lignes.

### *De la Meſure des lignes courbes & obliques.*

LA Geometrie des lignes n'eſt pas parfaite, qui n'enſeigne qu'à meſurer les lignes droites; il eſt neceſſaire ſouvent de ſçavoir la meſure des lignes courbes ou obliques. Et quoy que cela ſemble difficile à cauſe que les meſures communes ſont droites, on ne laiſſe pas neanmoins de connoître la grandeur d'une ligne oblique, par le rapport que l'on en fait avec quelque corde. Et quelquefois elle ſe connoît auſſi par conſequence de quelques lignes droites adjacentes, la grandeur deſquelles peut être connuë, comme, l'on a vû aux propoſitions precedentes.

## PROPOSITION IV.

### *Comment ſont meſurées les lignes courbes.*

QUand la ligne que l'on veut meſurer eſt courbe, c'eſt à dire concave

ou convexe, les mesures communes qui sont ordinairement de matiere solide, ne les peuvent pas mesurer commodément & sans erreur. C'est pourquoy il est besoin de quelque artifice pour s'en acquiter comme il faut, qui est tel : que les lignes convexes se mesureront avec le cordeau, & les concaves avec une petite mesure. Comme si on vouloit sçavoir le circuit d'une tour ronde, il faudroit l'entourer avec un cordeau, & en mesurer l'étenduë sur la mesure commune. Et s'il falloit mesurer une ligne concave comme sont les arcs ou édifices ronds, on prendra un pied fort flexible, qui se puisse en pressant appliquer le long de la ligne concave. Ordinairement ceux qui toisent les lignes courbes, tant concaves que convexes, se contentent d'un pied qui se plie en deux, avec lequel ils mesurent avec peu d'erreur.

Je ne veux point passer sous silence l'invention du sieur Chorez, qui par le moyen d'un Cercle qu'il pousse devant soy, lequel a une toise de circuit peut mesurer toutes sortes de lignes, tant droites, qu'obliques, concaves, que convexes, sans toutefois avoir l'esprit oc-

eupé à tetenir le nombre des circonvolutions de ſon inſtrument, dautant qu'au bout d'un rayon prolongé qu'il tient en ſa main, il y a un Podometre qui marque le nombre des toiſes ou circuits de la Circonference du Cercle, duquel nous allons parler.

## PROPOSITION V.

*Autre methode pour meſurer toutes ſortes de lignes droites & courbes.*

ON a trouvé un grand artifice pour meſurer toutes ſortes de lignes, ſans mêmes que l'on s'en apperçoive, ſi par avanture il y avoit du danger de ce faire ; ce qui ſe pratique avec un mouvement en forme de Montre, que quelques-uns ont nommé Podometre, lequel eſt attaché à la ceinture par en haut & par en bas à la jartiere, le tout étant caché dans les chauſſes, par le moyen duquel on connoît la quantité des pas que l'on a fait en marchant. Car à chaque mouvement de la jambe, à laquelle cet inſtrument eſt attaché, il y a une aiguille qui en marchant marque les pas que l'on fait. Et quand

cette aiguille a fait ſon tour, il y en a une autre qui luy ſuccede, qui marque combien la premiere en a fait, puis une troiſiéme qui marque les circuits de la ſeconde. Quand donc on veut meſurer quelque ligne, diſtance, ou circuit d'une place, ſans s'occuper l'eſprit à compter les pas, on attache ce mouvement, comme il a été dit, étant à l'une des extrémitez de la ligne de laquelle on deſire ſçavoir la longueur. Et aprés avoir cheminé juſques au bout, on délache l'inſtrument. Enfin quand on eſt à la maiſon, on voit à la montre ou inſtrument la quantité des pas que contient la ligne propoſée.

Cet inſtrument eſt extrémement utile à la Geographie, pour faire les Cartes, & il eſt preferable à celuy de Beſſon, dautant qu'il meſure plus preciſément la diſtance des lieux, & il eſt bien plus commode, pourveu que la perſonne qui le porte aille toûjours d'un pas égal.

Que ſi on ſe laſſe d'aller à pied, ou qu'il faille meſurer un long chemin, alors on attachera cet inſtrument à l'arçon de la ſelle d'un cheval par

en haut, & par bas à la jambe, ou pour faire quelque choſe de plus juſte, à la roüe d'une Charette ou d'un Carroſſe. J'ay vû de ces Podometres, qui pouvoient ſervir pour vingt & trente lieuës.

# LA GEOMETRIE PRATIQUE,

## LIVRE TROISIE'ME.

*Qui traite de la Meſure des ſuperficies adjacentes.*

VOicy la troiſiéme partie de nôtre Geometrie, qui traitera des ſuperficies adjacentes, c'eſt à dire des ſuperficies ſur leſquelles on peut appliquer la meſure commune pour les meſurer.

*Des Superficies planes rectilignes.*

AFin que l'on trouve toutes choſes en ſon lieu, j'ay ſoigneuſement

pris garde, de ne faire aucune confuſion en cette Geometrie. L'ordre donc que nous y tiendrons ſera tel; dautant qu'il y a deux ſortes de ſuperficies, ſçavoir planes & courbes. Nous traiterons premierement des figures planes rectilignes, c'eſt à dire, qui ſont bornées de lignes droites, puis des curvilignes, qui ont à leurs extrémitez des lignes courbes: Et enfin des mixtilignes, qui ſont terminées, partie de lignes droites, & partie de lignes courbes. Aprés leſquelles nous ajouterons la doctrine des ſuperficies courbes, tant concaves que convexes.

## *De la Meſure des Triangles.*

IL n'eſt pas beſoin de faire ſix propoſitions, pour les ſix diverſes eſpeces de triangles que Euclide a definy en ſes élemens Geometriques. Il ſuffira de conſiderer ſeulement les triangles en deux façons, ſçavoir en triangles rectangles, & triangles obliquangles. J'appelle triangle rectangle celuy qui a un angle droit, & triangles obliquangles ceux qui ont tous les angles obliques. La meſure de ces triangles ſe con-

noîtra par les propoſitions ſuivantes.

## PROPOSITION I.

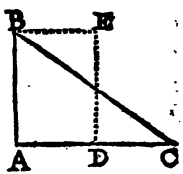
*Les deux côtez d'un triangle qui comprennent un angle droit étant donnez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

NOus commencerons cette Geometrie par la figure la plus ſimple, qui eſt le triangle rectangle, le contenu duquel ſe trouve par cette regle.

*Regle.*

*Si la moitié d'un des côtez du triangle, qui comprend l'angle droit eſt multiplié par l'autre, le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*




Soit le triangle droit A B C, une piece de terre, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a des deux côtez B A, A C, qui comprennent

l'angle droit : Pour ce faire, ſuppoſons que le côté A B, ſoit de 10 perches, & le côté A C de 12, ſelon la regle on multipliera 10 par 6, ou 12 par 5, viendront 60, & d'autant de perches eſt la ſuperficie du triangle A B C, qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

LE côté A C qui eſt un de ceux qui comprennent l'angle droit, étant diviſé en deux également au point D, ſi on leve la perpendiculaire D E, & que l'on acheve le parallelogramme A B E D, il ſera contenu ſous l'un des côtez, & la moitié de l'autre par la premiere definition du 2. d'Euclide, & ſera égal au triangle A B C, par le Corollaire de la 41. Propoſition du premier. Ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. On eût trouvé la même ſuperficie du triangle, ſi on eût multiplié la moitié du coté B A, par le côté A C. Ou bien en multipliant les deux côtez A B, & A C l'un par l'autre, & en prenant la moitié du produit.* a

a Il arrive quelquefois que l'on connoît ſeulement l'hypotenuſe B C, & la ſomme des

deux autres côtez A B, A C, ſans les connoître chacun en particulier : comme quand le triangle eſt inſcrit dans une Ellipſe, dont les deux Foyers ſont aux deux extrémitez B, C, de l'hypotenuſe, auquel cas la ſomme des deux côtez A B, A C, eſt égale au grand Axe de l'Ellipſe, lequel étant connu, la ſomme ſera auſſi connuë, par le moyen de laquelle & par l'hypotenuſe B C auſſi connuë, on trouvera l'aire du triangle propoſé A B C, en multipliant l'excez de la ſomme ſur l'hypotenuſe par la même ſomme augmentée de l'hypotenuſe, & en diviſant le produit par 4.

Comme ſi l'hypotenuſe B C eſt de 13 toiſes, & la ſomme des côtez A B, A C, de 17 ; en multipliant l'excez 4 de cette ſomme ſur l'hypotenuſe par la même ſomme augmentée de l'hypotenuſe, ſçavoir par 30, & en diviſant toujours par 4 le produit 120, on aura 30 toiſes quarrées pour l'aire du triangle propoſé A B C.

Pareillement ſi l'hypotenuſe B C eſt de 17 toiſes, & la ſomme des côtez A B, A C, de 23, en multipliant l'excez 6 de la ſomme ſur l'hypotenuſe par 40, qui eſt la ſomme augmentée de l'hypotenuſe, le quart du produit donnera 60 toiſes quarrées pour l'aire qu'on cherche.

La demonſtration de cette pratique dépend du Theoreme ſuivant.

## THEOREME.

*Dans un triangle rectangle, la moitié du contour, & les trois excez de cette moitié ſur chacun des deux côtez, & l'hypotenuſe, ſont quatre quantitez proportionnelles.*

LA demonſtration de ce Theoreme a été trouvée par la *compoſition*, & finie par l'*Analyſe*, comme vous allez voir.

Soit le triangle rectangle a, b, c, dont c ſoit l'hypotenuſe. Je dis que ſi de la moitié de ſon contour $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}c$, on ôte les deux côtez a, b, & l'ypotenuſe c, ſeparément, cette moitié $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}c$, & les trois reſtes $\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$, ſont quatre quantitez proportionnelles.

Si $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}c$, $\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}a::\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$, auſſi $a+b+c$, $b+c-a::a+c-b$, $a+b-c$, & par conſequent $aa+2ab+bb+2ac+2bc+cc$, $bb+2bc+cc-2ab-2ac+aa::aa+2ac+cc-2ab-2bc+bb$, $aa+2ab+bb-2ac-2bc+cc$, & en mettant $aa+bb$ à la place de $cc$, on aura cette autre analogie, $2aa+2bb+2bc+2ab+2ac$, $2aa+2bb+2bc-2ab-2ac::2aa+2bb-2bc-2ab+2ac$, $2aa+2bb-2bc+2ab-2ac$, & par conſequent celle-cy, $aa+bb+bc+ab+ac$, $aa+bb+bc-ab-ac::aa+bb-bc-ab+ac, aa+bb-bc+ab-ac$, & en compoſant on aura celle-cy, $2aa+2bb+2bc$, $aa+bb+bc+ab+ac::2aa+2bb-$

2bc, aa+bb—bc—ab+ac, & en prenant les moitiez des antecedens, on aura celle-cy, aa+bb+bc, aa+bb+bc+ab+ac::aa+bb—bc, aa+bb—bc—ab+ac, & en diviſant on aura celle-cy, ab+ac, aa+bb+bc::—ab+ac, aa+bb—bc, & en permutant on aura celle-cy, ab+ac, —ab+ac::aa+bb+bc, aa+bb—bc, & en diviſant on aura celle-cy, 2ab, ab+ac::2bc, aa+bb+cc, & en prenant les moitiez des antecedens, on aura celle-cy, ab, ab+ac::bc, aa+bb+bc, & en mettant cc à la place de aa+bb, on aura celle-cy, ab, ab+ac::bc, cc+bc, & enfin en diviſant les deux premiers termes par a, & les deux derniers par c, on aura cette derniere analogie, b, b+c::b, b+c, laquelle étant connuë ſervira pour faire la demonſtration en cette ſorte.

*Demonſtration.*

PUiſque nous avons cette analogie b, b+c::b, b+c, en multipliant les deux premiers termes par a, & les deux derniers par c, nous aurons celle-cy, ab, ab+ac::bc, bc+cc, & ſi à la place de cc, on met aa+bb, on aura celle-cy, ab, ab+ac::bc, bc+aa+bb, & en doublant les antecedens, on aura celle-cy, 2ab, ab+ac::2bc, aa+bb+bc, & en diviſant on aura celle-cy, ab+ac, —ab+ac::aa+bb+bc, aa+bb—bc, & en permutant on aura celle-cy, ab+ac, aa+bb+bc::—ab+ac, aa+bb—bc, & en compoſant on aura celle-cy, aa+bb+bc, aa+bb+bc+ab+ac::aa+bb—bc, aa+bb—bc—ab+ac, & en doublant les antecedens on

aura

aura celle-cy, $2aa+2bb+2bc$, $aa+bb+bc+ab+ac :: 2aa+2bb-2bc$, $aa+bb-bc-ab+ac$, & en diviſant on aura celle-cy, $aa+bb+bc+ab+ac$, $aa+bb+bc-ab-ac :: aa+bb-bc-ab+ac$, $aa+bb-bc+ab-ac$, & par conſequent $2aa+2bb+2bc+2ab+2ac, 2aa+2bb+2bc-2ab-2ac :: 2aa+2bb-2bc-2ab+2ac$, $2aa+2bb-2bc+2ab-2ac$, & en mettant cc à la place de $aa+bb$, on aura celle-cy, $aa+bb+cc+2bc+2ab+2ac$, $aa+bb+cc-2ab-2ac+2bc :: aa+bb+cc-2bc-2ab+2ac$, $aa+bb+cc-2bc+2ab-2ac$, & par la racine quarrée, on aura celle-cy, $a+b+c$, $b+c-a :: a+c-b$, $a+b-c$, & par conſequent celle-cy, $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}c$, $\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}a :: \frac{1}{2}a+\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$. Ce qu'il falloit demontrer.

## PROPOSITION II.

*La baſe & la perpendiculaire de toutes ſortes de triangles rectilignes étant donnez, trouver ce que contient leur ſuperficie.*

DAutant que la plûpart des triangles ont les angles obliques, pour en trouver la ſuperficie il eſt beſoin de connoître la grandeur de la perpendiculaire, & de la baſe ſur laquelle elle tombe: & alors la regle ſera telle.

*Regle.*

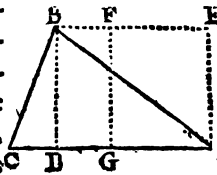
*Si la moitié de la baſe du triangle, eſt multipliée par la perpendiculaire, qui tombe de l'angle oppoſé ſur la même baſe, le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le triangle ABC, un pré, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir, par la connoiſſance que l'on a de la baſe AC, & de la perpendiculaire BD. Pour ce faire, ſuppoſons que la perpendiculaire BD, ſoit de 3 perches, & la baſe AC de 4 perches 2 primes, ſa moitié ſera 2 1′, qui ſelon la regle, étant multipliée par la perpendiculaire 3, viendront 6 3″, qui ſignifient 6 perches, & 3″ qui ſur l'intervalle des plans du Reducteur de la perche, montre 120 pieds : ainſi la ſuperficie du triangle ABC, eſt de 6 perches & 120 pieds preciſément.

*Demonſtration.*

LA baſe AC étant diviſée en G également, ſi l'on mene BE parallele




à AC, & qu'on leve la perpendiculaire GF, & qu'enfin on acheve le rectangle AEFG, il ſera contenu ſous la moitié de la baſe AG, & ſous la perpendiculaire GF (qui eſt égale à DB) & égal au triangle ABC, par le Corolaire de la 41. du premier. Ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Le même contenu fût arrivé ſi l'on eût multiplié la moitié de la perpendiculaire par la baſe, ou bien toute la baſe par toute la perpendiculaire, & qu'on eût pris la moitié du produit. Que ſi maintenant on demande quelle eſt la plus facile & plus certaine operation de ces trois ; en premier lieu je réponds, qu'il ne faut pas tant prendre garde à la facilité, qu'à la certitude & à bien faire. La facilité ſe trouve en diviſant le nombre pair en deux, & en multipliant cette moitié par l'autre nombre, & ſi tous les deux nombres ſont impairs, les multiplier l'un par l'autre, & prendre la moitié du produit. Ce qui ſera pour éviter les fractions où le calcul eſt plus long & fâcheux ſelon la*

*methode ordinaire. Maintenant pour ce qui eſt de la certitude, il eſt certain que toutes les operations ſont bonnes, comme ayant leur demonſtration. Mais pour moy qui ay toûjours eu ſoin de montrer la vraye methode, pour ne commettre point d'erreur préjudiciable, s'il eſt poſſible, je conſeille que ſans avoir égard à cette parité ou imparité des nombres, on multiplie toujours la plus petite ligne par la moitié de la plus grande; car en ce faiſant s'il y a quelque petite faute à la meſure de plus ou de moins que ſouvent on neglige, cette faute eſt moins conſiderable à la grande ligne qu'à la petite, comme chacun peut experimenter, ce que je montreray encore plus évidemment cy-aprés en lieu plus commode quand je traiteray de la meſure des Parallelogrammes rectangles.*

## *Des Triangles incommodez.*

J'Ay crû qu'il ne ſeroit pas hors de propos d'avertir en paſſant comme l'on doit ſe comporter, quand il faut meſurer des figures, où il ſe preſente de l'incommodité. Ce que je feray à la fin des Propoſitions quand je l'eſtime-

ray neceſſaire : Comme s'il faut meſurer un triangle obliquangle, par le milieu duquel on ne puiſſe commodément aller, pour y tracer & meſurer la perpendiculaire, & que l'on eſt quelquefois contraint de la tracer par dehors. Ou bien même quand le lieu ne permet pas d'en conduire aucune ny par dedans ny par dehors. Cette ſorte de triangles peuvent être dits à bon droit triangles incommodez, pour n'avoir pas un accez libre par tout, ou pour le moins aux endroits où il eſt neceſſaire de meſurer pour connoître leur contenu. J'ajouteray donc pour cette fin les Propoſitions ſuivantes, dont il ne faudra ſe ſervir qu'à la neceſſité, comme étant d'une execution plus difficile que les precedentes.

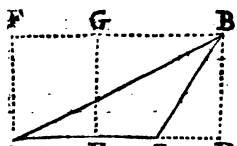
## PROPOSITION III.

*Comment ſe meſure la ſuperficie des triangles obliquangles, quand on ne peut pas tracer une perpendiculaire par le dedans, pour quelque incommodité qui s'y rencontre.*

CEcy s'executera en deux façons par les Propoſitions ſuivantes. Car

le triangle obliquangle aura ou un angle obtus, ou trois aigus. S'il a un angle obtus, la perpendiculaire peut être tirée par le dehors, de l'extrémité d'un angle aigu sur un côté prolongé: Si les trois angles sont aigus, il faut necessairement que la perpendiculaire qui part de l'une des extrémitez des angles tombe dans le triangle. Y ayant donc deux cas differens, nous les resoudrons en deux Propositions. Le premier Exemple sera des triangles obliquangles, qui ont un angle obtus, & qui par consequent peuvent avoir une perpendiculaire par le dehors.

*Exemple.*




Soit le triangle amblygone, c'est à dire qui a un angle obtus A B C, un marais inaccessible par le dedans, duquel toutefois on desire sçavoir le contenu. Pour ce faire, soit tirée la perpendiculaire B D, sur la base prolongée A C par le Probleme 4. Et supposons que cette perpendiculaire B D soit de 15 perches,

& la baſe A C de 20. Selon la regle precedente, on ne laiſſera pas de multiplier la moitié de la baſe 10, par la perpendiculaire 15, viendront 150, & d'autant de perches ſera le contenu du triangle incommodé qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

LA perpendiculaire B D étant menée ſur le côté prolongé A C, & le rectangle A F B D achevé, ſi l'on tire la perpendiculaire E G du milieu de la baſe E, le rectangle A F G E ſera contenu ſous la moitié de la baſe A E, & ſous la perpendiculaire A F, c'eſt à dire B D, & égal au triangle A B C par le Corollaire de la 41. Propoſition du premier, ce qu'il falloit demonter.

*Scholie. Afin de ne donner ſujet à perſonne de trouver à redire ſur ce mot de perpendiculaire. Je ſçay bien que non-ſeulement la ligne B D eſt la perpendiculaire du triangle A B C, mais auſſi E G & A F. Toutefois dautant que ces deux ſont plus difficilement tracées ſur la terre que la ligne B D, & que les Arpenteurs appellent ſeulement la perpendiculaire d'un triangle, celle qui*

*part d'un des angles, & tombe ſur la baſe ou côté prolongé, pour ce ſujet j'appelle icy à leur imitation perpendiculaire d'un triangle, la ligne qui part d'un des angles, & non les autres.* a

## PROPOSITION IV.

*Comment par la connoiſſance des trois côtez d'un triangle, on peut trouver, ce que contient ſa ſuperficie.*

VOicy l'autre cas pour les triangles incommodez, qui n'ont point de perpendiculaire par le dehors, & qui ne permettent pas que l'on en puiſſe tracer une par le dedans, leſquels toutefois ſont meſurez par la regle ſuivante.

*Regle.*

*Si l'on ôte de la moitié de la ſomme des côtez d'un triangle la valeur de chaque côté, il en vient trois differen-*

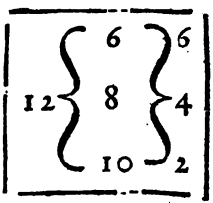
a Quand le triangle à arpenter A B C n'eſt pas bien grand, les Arpenteurs meſurent la perpendiculaire B D, par le moyen d'un cordeau qu'ils attachent à l'angle B, & qu'ils étendent juſqu'à ce qu'il raſe la baſe A C prolongée, &c.

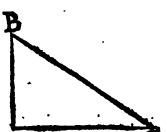
*ces,*

*ces, le ſolide deſquelles étant multiplié par la même moitié, fait un nombre, duquel la racine quarrée donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le triangle A B C l'enclos d'une maiſon, le contenu de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a des trois côtez : pour ce faire ſuppoſons que les trois côtez BA, AC, C B, ſoient de 6, 8, & 10 perches de long, la ſomme ſera 24, la moitié 12, qui étant diminuée ſelon la regle de la valeur des côtez 6, 8, 10, fait trois differences 6, 4, 2, le ſolide deſquels 48, multiplié par ladite moitié 12, fait 576, duquel nombre la racine quarrée eſt 24, & d'autant de perches eſt le contenu du triangle A B C qu'il falloit meſurer.




*Scholie. Afin que rien ne puiſſe arrêter ceux qui ſont amateurs de cette*

*ſcience. Si à la rencontre il ſe trouve quelque terme mal-aiſé à entendre, je l'expliqueray toujours. Comme ſi ce mot* Solide *ſemble obſcur, on ſçaura que c'eſt un nombre qui vient de la multiplication de trois autres nombres, ainſi des trois differences 6, 4, 2, on a fait un nombre ſolide, en multipliant 6 par 4, & puis le produit 24 par 2, & il eſt venu 48, qui eſt dit un nombre ſolide, comme ayant trois dimenſions.*

Que s'il arrive que la ſomme des côtez ſoit un nombre impair, pour éviter les fractions, on ſe ſervira de cette regle.

*Regle.*

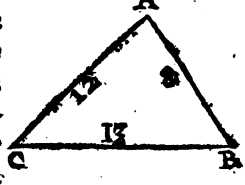
*Si l'on ôte de la ſomme des côtez du triangle le double de chaque côté, on en aura trois differences, le ſolide deſquelles étant multiplié par la même ſomme des côtez, fait un nombre, duquel la racine quarrée eſt le quadruple de la ſuperficie.*

*Exemple.*

Suppoſons que le triangle A, B, C ſoit un étang, les trois côtez duquel C, A, A, B, B, C, ſoient 12, 8, & 13 per-

ches, la somme sera 33, qui diminuée du double de chaque côté 24, 16, 26, fait trois differences, 9, 17, 7, le solide desquels 1071, étant multiplié, selon la regle par la somme 33, fait 35343, la racine quarrée duquel est 188 pour le quatruple de la superficie requise. Il n'y a donc qu'à diviser 188 par 4, il viendra 47, & autant de perches contient la superficie du triangle qu'il falloit mesurer.

| | | |
|---|---|---|
| 33 | 24 | 9 |
| | 16 | 17 |
| | 26 | 7 |




*Demonstration.*

CEux qui seront curieux de voir la demonstration de cette operation, voyent Peletier en sa Geometrie qu'il a tirée de Jordan. Mais pour le second exemple, la demonstration se fait par la 19. du 6. d'Euclide, où il est demontré que les triangles sont en raison doublée de leurs côtez homologues.

*Scholie. Je me ſuis ſouvent étonné de ceux qui embaraſſent cette ſcience de Geometrie d'une infinité de propoſitions inutiles, pour groſſir leurs livres, & qui ſont cauſe que l'on trouve de la difficulté où il n'y en a point. Car par exemple il y en a pluſieurs, qui aprés avoir enſeigné comment ſe meſure la ſurface d'un triangle rectangle qui eſt le plus facile pour le commencement, ſans aller aprés tout d'un ſaut à la meſure de celuy qui a les angles obliques, meſurent auparavant l'oxygone équilateral, puis l'oxygone iſocele, l'amblygone ſcalene, l'amblygone iſocele, & avec ces mots épouventables font peur à la jeuneſſe qui commence. Comme ſi tous ces triangles n'étoient pas compris ſous la regle generale: Et non contens encore d'avoir peché contre cette loy d'Ariſtote, qui veut que les propoſitions ſoient* κατὰ πανὸς καθ' αὐτὸ & καθόλου θεώρημα, *ſi faire ſe peut; ils tombent encore le plus ſouvent en une autre faute plus lourde, que ce Philoſophe appelle* μετάβασιν εἰς ἄλλο γένος, *confondans la Geometrie des lignes, avec celle des plans, & montrent comme l'on trouvera le côté d'un triangle rectangle, par la connoiſſance des deux autres.*

*Comment il faudra trouver les perpendiculaires des triangles oxygones ſcalelenes & les ſegmens qui fait la perpendiculaire ſur la baſe & quantité d'autres, qui témoignent aſſez combien ces gens ſont deſtituez de la vraye Logique, & de l'art de raiſonner. Car bien qu'ils propoſent une infinité de Problemes beaux & utiles, ils perdent neanmoins leur grace pour n'être pas mis en leur lieu. Que ſi ils diſent qu'il y a quelques regles particulieres pour quelques triangles particuliers, c'eſt à quoy je ne contrediray pas, mais qu'il y en ait de plus faciles & de plus certaines, comme ils le veulent faire accroire, que la regle generale, c'eſt ce que je nie. Par exemple, pour trouver l'air de l'équilateral, ils multiplient le quarré d'un côté par* 13. *& diviſent le produit par* 30, *pour en avoir la ſuperficie. Mais cette methode outre qu'elle eſt de plus longue operation que ſi l'on trouvoit la perpendiculaire, a cela encore d'incommode, qu'elle ne donne pas preciſément la ſuperficie, mais la donne plus grande qu'il ne faut, bien que quelque Geometre en ait voulu faire la demonſtration. La meſme abſurdité ſe commet en*

*l'autre methode qu'ils ont accoûtumé d'ajouter, qui est qu'on ôtant du quarré du côté de l'équilateral la dixiéme partie, & puis la troisiéme, & les ajoutant ensemble, ils en ont la superficie. a*

*a* Quand on voudra appliquer la methode precedente à un triangle rectangle, il suffira d'ôter les deux côtez qui forment l'angle droit de la moitié de la somme des trois côtez, & multiplier ensemble les deux differences, pour avoir l'aire du triangle proposé. Comme si le triangle est 5, 12, 13, en ôtant 5 & 12 de la moitié 15 de la somme 30 des trois côtez, & en multipliant ensemble les deux differences 10 & 3, on aura 30 pour le contenu du triangle proposé. La demonstration de cette pratique dépend du Theoreme precedent.

Si le triangle à mesurer est équilateral, le quart de la Racine quarrée du triple du quarré-de-quarré de l'un de ses côtez, en donnera la superficie : comme si chaque côté étoit de 12 perches, le quarré de 12 est 144, dont il faut encore prendre le quarré pour avoir le quarré-de-quarré 20736, lequel étant multiplié par 3, il vient 62208, dont la Racine quarrée est 249, laquelle étant divisée par 4, on aura $62\frac{1}{4}$ pour le contenu qu'on cherche.

## *De la meſure des Parallelogrammes.*

LEs parallelogrammes ont les angles ou droits, ou obliques. Ceux qui les ont droits, ſont appellez ordinairement rectangles, ſans aucune addition, & ils ſont quarrez, ou quarrez longs, que les Grecs appellent heteromeces. Et ceux qui ont les angles obliques, ſont dits rhombes & rhomboïdes, le contenu de toutes leſquelles figures ſe trouvera par les propoſitions ſuivantes.

## PROPOSITION V.

*Le côté d'un quarré étant donné, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

IL eſt neceſſaire d'avoir toujours la connoiſſance de deux lignes, pour trouver le contenu d'une ſuperficie, l'une deſquelles repreſente la longueur, l'autre la largeur: mais dautant que le quarré eſt auſſi long que large, par cette cauſe il n'eſt beſoin que de la connoiſſance d'une ſeule ligne, laquelle étant connuë ſuffit pour trou-

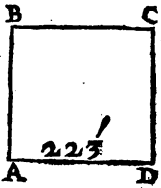
vrouver la ſuperficie du quarré par cette regle.

*Regle.*

*Si le côté du quarré eſt multiplié par luy-même, le produit donnera ſa ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le quarré A B C D, un jardin, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a d'un côté. Pour ce faire, ſuppoſons que chaque côté ſoit de 22 perches & 3 primes. Selon la regle je multiplie 223′ en ſoy, c'eſt à dire, 223′ par 223′, viennent 4972′9″, qui ſignifient 497 perches, & 2′9″, qui ſur l'intervalle des plans du Reducteur de la perche, montre 116 pieds. Et ainſi le contenu du quarré ABCD, eſt de 4 arpens (prenant 100 perches pour un arpent) 97 perches, & 116 pieds preciſément.




*Demonſtration.*

DAutant que tout rectangle eſt contenu ſous deux lignes droites qui

comprennent l'angle droit par la 1. def. du 2. le rectangle A B C D ſera contenu ſous la ligne A D priſe deux fois, parce que A B & A D ſont égales, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Qui eut voulu trouver la ſurface de ce quarré par le calcul ordinaire, eut été contraint de reduire en cette façon. Premierement dautant que la longueur d'un côté eſt de* 22 *perches & 6 pieds, pour multiplier ce nombre par luy-même, il eût fallu reduire tout ce nombre en pieds, & il ſeroit venu* 446 *pieds, puis multiplier* 446 *par* 446, *pour avoir la ſuperficie du quarré en pieds, ſçavoir* 198916, *& enfin il eût fallu diviſer ce nombre par* 400, *parce que la perche quarrée à* 400 *pieds, à* 20 *pieds pour perche de long, & on auroit eu* 497 *perches qui ſignifient* 4 *arpens à* 100 *perches pour arpent,* 97 *perches &* 116 *pieds comme auparavant. Où il eſt aiſé à voir combien le calcul des nombres Geometriques eſt un grand abregé, dautant que l'on ne ſe ſert jamais de diviſion pour trouver ce que contient une grandeur, mais ſeulement de multiplication, & que le Reducteur ſupplée au defaut*

de la diviſion. Que ſi la perche eût eû 18, 22, ou 25 pieds, comme elle ſe trouve en pluſieurs endroits, la diviſion en eût été encore bien plus ennuyeuſe & l'operation plus longue. Il eſt bien vray que les plus experimentez ont quelques regles & abregez pour les exempter d'une partie de ces operations.

## PROPOSITION VI.

*La diagonale d'un quarré étant donnée, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

SI on veut trouver la ſuperficie d'un quarré par la connoiſſance de la diagonale, on ſe ſervira de cette regle.

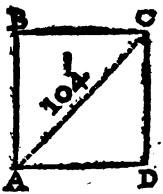
*Regle.*

*Si la diagonale du quarré eſt multipliée par elle-même, la moitié du produit donnera ſa ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le quarré ABCD l'enclos de quelque maiſon, le contenu de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de la diagonale AC, pour ce faire ſuppoſons que cette diago-

nale AC, ſoit de 10 perches 4 primes. Selon la regle je multiplie 104′ par luy-même, c'eſt à dire 104′ par 104′, j'ay 10816″, la moitié duquel nombre, ſçavoir, 5408″ ſera le contenu du quarré ABCD, qui ſignifient 54 perches, & 8″, qui ſur l'intervalle des plans du Reducteur de la perche montre 32 pieds, & ainſi la ſurface du quarré ABCD ſera de 54 perches & 32 pieds preciſément. Sans Reducteur on peut trouver la valeur de ces reſtes en multipliant, comme j'ay dit cy-devant, le quarré de la perche 400 par le reſte. Ainſi pour ſçavoir ce que valent 8″, il faudra multiplier 400 par 8″, on aura 3200″, qui valent 32 pieds preciſément.




*Demonſtration.*

DAutant que par la 47. du premier d'Euclide, le quarré de AC, vaut les deux quarrez de AB, BC, les lignes AB & BC, étant égales, leurs quarrez le ſeront auſſi : & ainſi

le quarré de la diagonale AC ſera le double du quarré de la ligne AB, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Je veux montrer tout d'une ſuite, combien on auroit de peine par le calcul ordinaire. Premierement dautant que la diagonale AC a* 10 *perches &* 8 *pieds, pour multiplier ces nombres en ſoy, il faudroit reduire le tout en pieds, & il viendroit* 208 *pieds, puis il faudroit multiplier* 208 *par* 208, *le produit ſeroit* 43264, *la moitié duquel nombre* 21632, *il faudroit diviſer par* 400, *dautant que la perche quarrée a autant de pieds quarrez; & il viendroit comme deſſus* 54 *perches &* 32 *pieds, au lieu que par les nombres Geometriques il n'eſt beſoin ny de reduction en petites meſures, ny de diviſion. Que ſi les Maiſtres Maçons ou Arpenteurs Jurez ne font cette reduction en petites parties, comme il ſe peut faire que l'exercice ordinaire leur ait fourny quelque calcul moins ennuyeux. Au moins ils ſeront toûjours contraints de faire quatre multiplications à la meſure d'un Plan, quand à la longueur & à la largeur il s'y rencontrera une partie de leur meſure, &*

*puis faire une addition de tout. Que ſi il s'y rencontroit des ſecondes diviſions ou parties, comme ſi à leur toiſé il y arrivoit des pouces, ils ſeroient contraints d'en faire neuf avec tous leurs abregez, & puis ajouter leurs produits enſemble. Comme en cet exemple voicy la methode de laquelle ils uſeroient, dautant que la diagonale du quarré à* 10 *perches* 8 *pouces, ils multiplieroient ce nombre par ſes parties, diſant* 10 *perches ſur* 10 *perches font* 100 *perches,* 10 *perches ſur* 8 *pieds font* 4 *perches,* 8 *pieds ſur* 8 *pieds font* 64 *pieds,* 8 *pieds ſur* 10 *perches font encore* 4 *perches, puis ajoutant toutes ces parties que les uns ont marquées avec la plume, les autres avec des jettons, ils determineroient la valeur des quatre multiplications par un tout. Mais s'ils ſe veulent ſervir de cette même methode à la meſure des ſolides, puiſqu'une ſimple partie de leur meſure, ſe trouvant à la longueur & à la largeur, les oblige à faire* 4 *multiplications & une addition pour la meſure d'une ſuperficie. Quand il faudra trouver le contenu de quelque corps, il leur en faudra neceſſairement faire* 8, *ſi la profondeur a auſſi une partie adjointe,*

*au lieu que par nos nombres Geometriques, il ne faut jamais qu'une multiplication à la meſure des Plans, & deux à celles des ſolides, & ſi aprés les multiplications faites outre les entiers il y a quelques parties qui y ſoient conjointes, le Reducteur montre vis-à-vis en l'intervalle des Plans, la valeur pour la ſuperficie, & en l'intervalle des ſolides la valeur pour le corps. Methode facile qui commence à paroître au jour, & de laquelle on fera plus d'état dans quelques années qu'à ſa naiſſance.*

## PROPOSITION VII.

*Deux côtez contigus d'un quarré-long étant donnez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

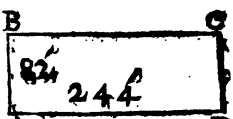
CEtte Geometrie arrive bien plus ſouvent que la precedente: car la plûpart des terres labourables ſont des quarrez longs, comme auſſi preſque toutes les murailles, ſalles, parterres, chambres, & autres ſurfaces rectangles. Voicy la regle pour les pouvoir meſurer.

*Regle.*

*Si les deux côtez contigus d'un quarré-long, ſont multipliez l'un par l'autre, le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le quarré-long A B C D, un pan de muraille, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a des deux côtez contigus B A, A D : pour ce faire, ſuppoſons que le côté B A, ou hauteur de la muraille ſoit de 8 toiſes 2 primes, & le côté A D, qui eſt la longueur de 24 toiſes 4 primes. Selon la regle je multiplie 244′ par 82′, viennent 20008″, qui ſignifient 200 toiſes & 8″, qui ſur l'intervalle des plans du Reducteur de la toiſe, montre 3 pieds ou environ, ainſi la toiſé de la muraille ſera de 200 toiſes 3 pieds aſſez preciſément.



*Demonſtration.*

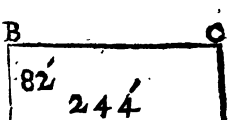
DAutant que tout rectangle eſt contenu ſous deux lignes droites qui comprennent l'angle droit par la 1. def. du 2, le quarré-long A B C D, qui eſt un rectangle, ſera contenu auſſi ſous les deux côtez contigus BA, AD, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Je croy que chacun connoîtra aiſément l'utilité de la diviſion de dix en dix en la meſure commune, par le moyen de laquelle on multiplie les parties, parmy les entiers ſans aucune diſtinction, qui eſt un tres-grand abregé à la pratique de la Geometrie pour éviter cet embarras de fractions, ou de reductions aux petites parties, au calcul deſquelles ſouvent il s'y commet de l'erreur ſans le temps exceſſif que l'on y employe. Davantage, comment par le moyen du Reducteur en un inſtant ſans faire aucune operation d'Arithmetique, on voit la valeur des primes & des ſecondes ſelon la meſure du pays. Celuy qui par la methode ordinaire voudroit trouver la ſuperficie de ce rectangle A B C D, devroit multiplier* 8 *toiſes*

1 *pied*

*1 pied 2 pouces & demy, par 24 toiſes 2 pieds 4 pouces deux tiers, d'où je m'aſſeûre qu'il n'en ſortiroit d'un quart-d'heure pour bien faire ſon operation.*

C'eſt ce de quoy j'ay bien voulu avertir en paſſant. Il reſte à m'acquitter en ce lieu de ce que j'ay promis quand j'ay traité de la meſure des triangles, qui eſt de demontrer par exemple qu'il faut meſurer avec bien plus de ſoin & de preciſion une petite ligne qu'une grande, parce que l'erreur qui eſt commiſe à la petite ſe communique tout le long de la grande, & celle que l'on commet en la grande, ne s'étend que le long de la petite. Exemple, ſuppoſons au rectangle A B C D, qu'au lieu de 8 toiſes 2 primes que contient le petit côté, on n'ait meſuré que 8 toiſes 1 prime. Je dis que cette faute eſt beaucoup plus préjudiciable au petit côté, que ſi elle étoit arrivée au côté plus long. Car ſi on multiplie 8 toiſes 1 prime par la vraye longueur de l'autre



[illegible] 1976'4", c'eſt [illegible] toiſes, environ 23 pieds, [illegible] une erreur de 2 toiſes 16 [illegible]. Si la ligne eut commiſe au [illegible]. Si au lieu de 24 toiſes [illegible] on eût compté que 24 [illegible], cette ligne n'eut pas [illegible] conſidérable. Car en multipliant [illegible] par 52" qui eſt la [illegible] de cette ligne, il fut venu [illegible], par 1176 toiſes & 9 [illegible], qui fait une erreur [illegible] de quelques 20 pieds ou [illegible] de 2 toiſes & 16 pieds, [illegible] cette erreur eut été encore plus ſenſible.

[illegible] cette erreur eût été encore [illegible] conſidérable en une plus [illegible].

## PROPOSITION VIII.

*[illegible] les trois angles étant connus, & [illegible] trouver ce que [illegible] à 180 degrés.*

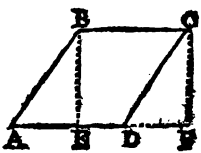
Les trois angles des angles obliquangles ne peut pas être meſurée [illegible] ſes trois rencontres par la [illegible] des lignes que la com-

prennent, & ainſi il eſt neceſſaire de ſçavoir la grandeur de la perpendiculaire avec la baſe ſur laquelle elle tombe, ce qui étant ſçû, on pourra par cette regle trouver ſa ſuperficie.

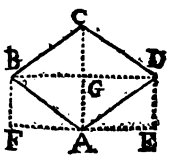
*Regle.*

*Si le côté du rhombe eſt multiplié par ſa perpendiculaire qui tombe d'un des angles oppoſez, le produit donnera ſa ſuperficie.*

*Exemple.*




Soit le Rhombe A B C D un pré, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a du côté A D, & de la perpendiculaire B E. Pour ce faire ſuppoſons que le côté A D ſoit de 14 perches, & la perpendiculaire B E de 12. Selon la regle je multiplie 14 par 12, viennent 168, & d'autant de perches, eſt le contenu ou ſuperficie du Rhombe A B C D, ce qu'il falloit meſurer.



côté 244′, il viendra 1976′4″, c'eſt à dire 197 toiſes, & environ 23 pieds, qui cauſe une erreur de 2 toiſes 16 pieds. Et ſi la faute étoit commiſe au grand côté, & qu'au lieu de 24 toiſes 4 primes on n'eût compté que 24 toiſes 3 primes, cette faute n'eût pas été ſi conſiderable. Car en multipliant 24 toiſes 3 primes, par 82′ qui eſt la vraye meſure du petit côté, il fût venu 1992′6″ qui ſont 199 toiſes & 9 pieds ou environ, qui fait une erreur ſeulement de quelques 30 pieds ou l'autre étoit de 2 toiſes & 16 pieds, qui eſt une erreur bien plus ſenſible. Et remarquez que l'erreur eût été encore plus conſiderable en une plus grande inégalité de lignes.

## PROPOSITION VIII.

*Le côté d'un rhombe étant donné, & ſa perpendiculaire, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

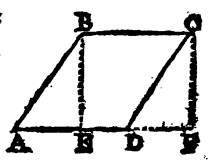
CEtte figure ayant les angles obliques, ne peut pas être meſurée comme les deux precedentes par la connoiſſance des lignes qui la com-

prennent, & ainſi il eſt neceſſaire de ſçavoir la grandeur de la perpendiculaire avec la baſe ſur laquelle elle tombe, ce qui étant ſçû, on pourra par cette regle trouver ſa ſuperficie.

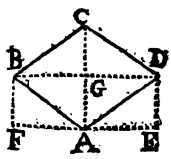
*Regle.*

*Si le côté du rhombe eſt multiplié par ſa perpendiculaire qui tombe d'un des angles oppoſez, le produit donnera ſa ſuperficie.*

*Exemple.*




Soit le Rhombe A B C D un pré, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a du côté A D, & de la perpendiculaire B E. Pour ce faire ſuppoſons que le côté A D ſoit de 14 perches, & la perpendiculaire B E de 12. Selon la regle je multiplie 14 par 12, viennent 168, & d'autant de perches, eſt le contenu ou ſuperficie du Rhombe A B C D, ce qu'il falloit meſurer.



*Autrement.*

IL y en a qui multiplient un diametre du Rhombe par la moitié de l'autre pour avoir ſa ſuperficie. Ainſi ſi on multiplie au Rhombe A B C D, le diametre B D, par la moitié de l'autre G A, il ſe fait le rectangle F B D E, qui eſt égal au Rhombe A B C D: mais la premiere operation eſt plus generale, parce qu'elle convient au Rhombe, & au Rhomboïde.

*Demonſtration.*

SI l'on acheve le rectangle E B C F, il ſera compris ſous la perpendiculaire E B, & le côté B C ou A D par la 1. def. du 2. & égal au parallelogramme A B C D, par la 35. du premier, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Il n'eſt pas poſſible de meſurer aucune grandeur qui ſoit oblique, dautant que les meſures ſont droites, tant celles qui ne ſont que longues, que celles qui ſont longues & larges, & celles qui ont les trois dimenſions. Il eſt bien vray que pour ſuppléer à cette im-*

*poſſibilité la Geometrie conſtituë une grandeur droite qui eſt égale à l'oblique, & par la meſure que l'on fait de celle qui eſt droite, on tire par conſequence la grandeur de celle qui eſt oblique: comme en l'exemple precedent on n'a pas meſuré la ſuperficie oblique du Rhombe A B C D; mais bien celle du rectangle B C F E que nous avons demontré luy être égal.*

## PROPOSITION IX.

*Le côté d'un Rhomboïde étant donné, & ſa perpendiculaire, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

ENcore qu'il n'importe pas quel côté du Rhomboïde on connoiſſe, neanmoins la figure eſt plus facile à meſurer, quand l'un des grands côtez eſt connu, dautant que l'on trace plus aiſément la perpendiculaire que quand l'un des petits eſt donné. Davantage, il arriveroit ſouvent que ſi l'un des petits étoit donné, la perpendiculaire que l'on a de coûtume en pratiquant de tirer d'un des angles obtus, tomberoit dehors, & il ſeroit beſoin de

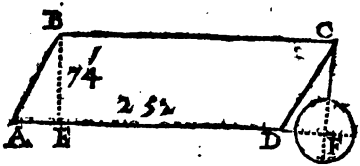
prolonger ſa baſe pour la pouvoir rencontrer, ce qui ne feroit toutefois changer la regle qui s'enſuit.

*Regle.*

*Si le côté du Rhomboïde eſt multipliée par ſa perpendiculaire qui tombe d'un des angles oppoſez, le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le Rhomboïde A B C D un clos, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a du côté A D, & de la perpendiculaire B E.




Pour ce faire ſuppoſons que le côté A D ſoit de 25 perches & 2 primes, & la perpendiculaire B E de 7 perches & 4 primes. Selon la regle je multiplie 252′ par 74′ viennent 18648″, qui ſignifient un arpent, 86 perches, & 48″ qui ſur l'intervalle des Plans du Reducteur de la perche montre 192

pieds ; ainſi la ſuperficie du Rhomboïde eſt d'un arpent 86 perches & 192 pieds preciſément.

*Demonſtration.*

SI on acheve le rectangle E B C F, il ſera compris ſous la perpendiculaire E B, & le côté B C ou A D par la 1. def. du 2, & égal au parallelogramme A B C D par la 35. du premier, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. On peut voir par les exemples precedens que toute la difficulté qu'il y a à meſurer les ſuperficies, & les autres grandeurs auſſi, conſiſte à la connoiſſance de la perpendiculaire, laquelle étant trouvée, comme il a été enſeigné en pluſieurs façons, on vient aiſément à bout de ce que l'on veut meſurer.*

*Des Rhombes & des Rhomboïdes incommodez.*

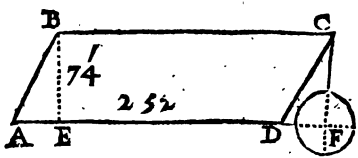
JE ne croy pas prendre une peine inutile, d'ajouter à la fin des propoſitions les cas où il pourroit arriver de la difficulté, m'en ſçache gré qui voudra. Mais je le fais davant que j'ay vû

ſouvent les Arpenteurs en peine quand quelque ſuperficie de terre étoit incommodée, & qu'il la leur falloit meſurer.

## PROPOSITION X.

*Comment ſe meſure la ſuperficie des Rhombes & Rhomboïdes incommodez.*

SI les Rhombes & Rhomboïdes ſont incommodez, & que l'on ne puiſſe pas tirer les perpendiculaires par le dedans, il les faudra tirer par le dehors du point de l'angle aigu ſur un côté prolongé, comme l'on voit aux




figures que nous avons décrites aux deux propoſitions precedentes. Comme ſi l'on deſiroit meſurer le Rhomboïde A B C D, & que l'on ne pût tirer la perpendiculaire B E, ny en autre lieu par le dedans de la place, pour quelques incommoditez qui s'y pourroient

pourroient rencontrer : alors il la faudroit tirer par dehors du point C, ſur le reſte A D prolongé : comme eſt la ligne C F, par le moyen du bâton de l'Arpenteur, ou autre inſtrument. Mais pour cela la regle ne ſeroit point differente, & l'on trouveroit toujours ce que contient la ſuperficie, en multipliant la perpendiculaire C F, par le côté C B ou D A, ainſi qu'il a été dit & enſeigné cy-devant.

*Scholie. Nous avons enſeigné au premier Livre pluſieurs moyens de tracer les perpendiculaires, où l'on aura recours à la neceſſité, & je me contente de ce que j'en ay écrit ſans faire aucune mention de les trouver par les tables de Sinus, étant une doctrine à part, qui bien que tres-utile, excede l'étude de l'artiſan vulgaire. Il faut garder cette methode pour un autre lieu, outre que l'inſtrument ordinaire duquel on ſe ſert ne peut pas prendre les angles, & s'il les prend, c'eſt trop groſſierement, & non avec la preciſion requiſe. Nous traitons ſeulement icy de la Geometrie de laquelle les Arpenteurs, Architectes & Maçons ont de coutume de ſe ſervir.*

## *De la meſure des Trapezes & Trapezoïdes.*

TOutes les figures quatrilaterales, autres que les precedentes, s'appellent en general Trapezes ou Trapezoïdes. Nous appellons Trapezes, les figures de quatre côtez, qui en ont deux paralleles, & Trapezoïdes qui n'en ont aucun.

## PROPOSITION XI.

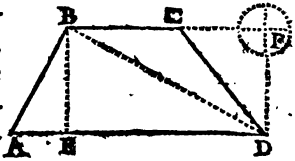
*Les deux côtez paralleles d'un Trapeze étant donnez avec leur perpendiculaire, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

L'Irregularité de cette figure eſt cauſe, que la connoiſſance de trois lignes eſt neceſſaire, pour en pouvoir trouver le contenu par cette regle.

### *Regle.*

*Si la moitié de la ſomme des côtez paralleles d'un Trapeze, eſt multipliée par leur perpendiculaire, le produit donnera la ſuperficie.*

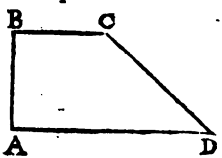
*Exemple*




Soit le Trapeze A B C D, une plante de vigne, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a des deux côtez paralleles B C & A D, & de la perpendiculaire B E: pour ce faire, ſuppoſons que la perpendiculaire B E ſoit de 8 perches & 4 primes, & les deux côtez paralleles B C, A D, joints enſemble de 24 perches & 2 primes, la moitié ſera 12 perches 1 prime, qui ſelon la regle, étant multipliez par la perpendiculaire 84′, viennent 1016′4″, qui ſignifient un arpent, une perche, & 6′4″, qui ſur l'intervalle des Plans du Reducteur de la perche montre 256 pieds. Ainſi le contenu du Trapeze A B C D, eſt de 1 arpent 1 perche & 256 pieds preciſément.

Notez que ſi le Trapeze a deux angles droits, comme eſt celuy qui eſt à côté (car il ne peut pas en avoir un

ſeul) l'operation en ſera plus aiſée, parce que la ligne droite qui fait les deux angles droits, ſert de perpendiculaire.



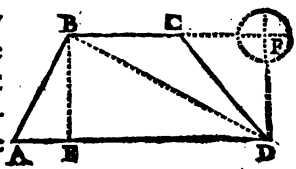

*Demonſtration.*

SI l'on tire la diagonale B D, le Trapez ſera diviſé en deux triangles, & l'aire du triangle A B D eſt faite de la perpendiculaire B E, & de la moitié de la baſe A D, comme il a été demontré au Chapitre des Triangles. Pareillement l'aire du Triangle B C D, ſera faite de la même perpendiculaire B E ou D F, & de la moitié de la baſe B C. C'eſt pourquoy la ſuperficie du Trapeze ſera faite de la perpendiculaire & de la moitié de la ſomme des côtez paralleles A D, B C, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. J'ay ſuppoſé en tous les exemples precedens, où il a été fait mention de la perche, qu'elle contenoit 20 pieds, bien que je ſçache qu'en pluſieurs lieux elle n'a que 18 pieds, en d'autres 22, en d'autres 25, à quoy il ſera bon de*

*prendre garde, & avoir un Reducteur convenable à la meſure du pays.*

### *Des Trapezes incommodez.*




JE paſſeray ce Chapitre briévement, & je diray ſeulement que ſi le trapeze eſt incommodé par le dedans, & que l'on ne puiſſe pas conduire la perpendiculaire au travers de la piece, il la faudra conduire par le dehors, comme il a été fait au Rhombe & au Rhomboïde.

### *De la Meſure des Trapezoïdes.*

POur ne point confondre la doctrine des figures rectilignes quadrilaterales qui ont deux côtez paralleles avec les autres qui n'en ont point, j'ay pour cette cauſe nommé ceux-là Trapezes, & ceux-cy Trapezoïdes, & que les Geometres ne trouvent pas mauvais ſi pour l'utilité de ceux qui apprennent je me ſers quelquefois de nou-

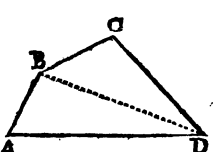
veaux termes, mais le plus rarement que je puis.

## PROPOSITION XII.

### *Comment ſe meſure la ſuperficie des Trapezoïdes.*

LEs Trapezoïdes pour la grande varieté des côtez & des angles qu'ils ont, n'ont aucune regle particuliere qui les puiſſe meſurer, ſi ce n'eſt qu'on les reduiſe en deux triangles par une diagonale. Car alors en trouvant le contenu des deux figures par les Propoſitions precedentes, & en les ajoutant enſemble, on aura la ſuperficie du Trapezoïde.

*Exemple.*



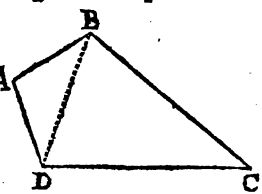

Soit le Trapezoïde A B C D, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir. Pour ce faire, on tirera la diagonale B D, qui diviſera la figure en deux triangles A B D & B C D, les contenus deſquels étant trouvez & ajoutez enſemble, on

aura la ſuperficie du Trapezoïde qu'il falloit meſurer.

*Scholie. Encore qu'il ſemble qu'il n'importe pas beaucoup de quel angle on tire la diagonale pour diviſer le Trapezoïde en deux triangles, je conſeilleray toutefois de la tirer du plus grand angle, afin que les perpendiculaires des triangles ſoient plus grandes (contre l'opinion de quelques-uns qui eſtiment une grande facilité quand elles ſont courtes) d'autant que ſi elles ſont petites à comparaiſon des baſes ſur leſquelles elles tombent, on eſt obligé à les meſurer plus preciſément que lorſqu'elles ſont plus grandes, parce qu'une petite erreur que l'on y commet, ou quelque petite longueur que l'on neglige, eſt de grande conſequence. Comme j'ay fait voir par exemple à la Propoſition ſeptiéme. C'eſt une des cauſes pourquoy le calcul des Arpenteurs ne ſe rapporte jamais, & differe le plus ſouvent de parties notables. Ce qui a donné occaſion à ce grand perſonnage Cardan en ſon Livre de Geometrie de deſirer avoir ſeulement autant de terre qu'il ſe commet d'erreur tous les ans à la vraye meſure des ſuperficies.*

### *Autre methode pour meſurer la ſuperficie des Trapezoïdes.*

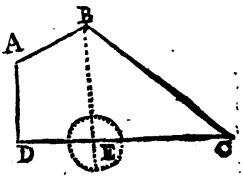
IL y a un abregé à la meſure des Trapezoïdes que je ne veux pas omettre, qui eſt quand le trapezoïde a un angle droit. Car alors les deux diagonales ne ſont pas de pareille commodité, mais il faudra tirer celle qui ſera oppoſée à l'angle droit : & ainſi on diviſera le Trapezoïde en deux triangles, dont l'un ſera rectangle, & l'autre aura les angles obliques. Comme au Trapezoïde A B C D en tirant la diagonale BD, la ſuperficie ſera diviſée en deux triangles,



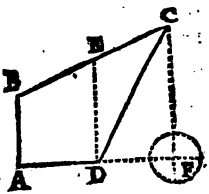

dont l'un A B D ſera rectangle, & l'autre B C D obliquangle, la meſure deſquels ſera trouvée par la doctrine des triangles.

Que ſi l'un des côtez qui comprend l'angle droit eſt plus grand que les autres, on pourra diviſer le Trapezoïde en Trapeze & en Triangle rectangle,

qui eſt un tres-grand abregé pour trouver la meſure de leur ſuperficie. Dautant qu'il n'eſt pas beſoin de tirer aucune perpendiculaire, les parties du grand côté qui comprend l'angle droit ſervant à ſa place.

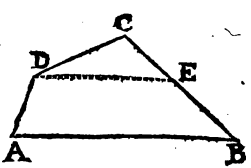



Soit par exemple le Trapezoïde A B C D, dont le côté C D, faiſant l'angle droit, ſoit plus long que les autres. Cela étant il n'y aura qu'à tirer la perpendiculaire B E, qui diviſera le Trapezoïde en deux ſuperficies, ſçavoir au Trapeze A B E D, & au triangle rectangle B E C, la meſure deſquelles eſt tres-facile, à cauſe que D E ſert de perpendiculaire au Trapeze A B E D, & E C au triangle C B E.




Mais ſi les côtez qui comprennent l'angle droit ſont plus petits que les autres, alors le Trapezoïde ne peut être diviſé qu'en Trapeze & en Triangle obliquangle, comme l'on voit dans cette figure.

Toutefois pour y trouver quelque facilité ſi la commodité du lieu le permet, on fera ainſi. Ayant prolongé le côté A D, on tirera la perpendiculaire F C, ce qui étant fait, il y aura un grand Trapeze rectangle, A B C F, la ſuperficie duquel étant trouvée par les precedentes, il n'y aura plus qu'à en ſouſtraire l'aire ou ſuperficie du triangle C D F qui eſt rectangle pour avoir l'aire du Trapezïode. Enfin ſi le Trapezoïde a deux angles oppoſez droits ſans tirer aucune diagonale, il n'y aura qu'à meſurer deux triangles rectangles deſquels neceſſairement il eſt compoſé.




*Scholie. Voilà l'abregé qui ſe peut trouver aux Trapezoïdes. S'il y en a d'autres, je n'en ay pas la memoire preſente, & ainſi je finiray ce Chapitre en avertiſſant chacun, que tout Trapezoïde peut bien être diviſé en Trapeze & en Triangle par une ligne tirée d'un angle qui ſera parallele à un des côtez, comme il ſe voit au Trapezoïde A B C D: mais dautant que ce*

*tirement de paralleles excede la portée des meſureurs ordinaires, & que les perpendiculaires qui en aprés doivent être tirées, tombent ſur ces lignes imaginaires; c'eſt pourquoy je ne propoſe aucun exemple de ces cas pour les mettre en pratique, s'y trouvant plus de difficulté & de matiere d'erreur, que dans ceux qui ont été cy-devant propoſez.*

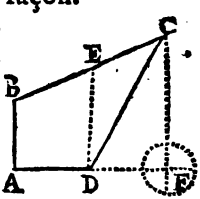
## *Des Trapezoïdes incommodez.*

LEs figures qui ſont les plus faciles à meſurer ſe rencontrent ſi peu ſouvent, qu'il ne faut pas moins d'étude aux figures difficiles & irregulieres, qu'aux autres qui ſont faciles & regulieres. Davantage, c'eſt que ces figures ſe varient fort peu, celles-cy ſe changent en une infinité de façons. Il n'y a que quatre ſortes de parallelogrammes, les autres figures quadrilaterales ſont variables en une infinité de manieres. C'eſt pourquoy je veux expliquer avec ſoin ce Chapitre, comme étant tres-utile à la Geometrie.

## PROPOSITION XIII

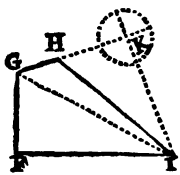
*Comment ſe meſure la ſuperficie des Trapezoïdes, quand on ne peut tracer aucune ligne au travers, pour quelque incommodité qui s'y rencontre.*

SI le Trapezoïde eſt incommodé, pour y avoir des eaux ou taillis, enſorte que l'on n'y puiſſe commodément tracer par le dedans aucune ligne neceſſaire pour le meſurer : En ce cas il faudra diligemment (en allant à l'entour de la piece) conſiderer les angles du Trapezoïde, lequel en aura un droit ou tous obliques. Si le Trapezoïde a un angle droit ſeulement, il ſe meſurera de cette façon.




Soit le Trapezoïde ABCD, un taillis ayant un angle droit au point A, auquel ſoit premierement oppoſé un angle aigu, & qu'il ſoit incommodé en telle ſorte que l'on ne puiſſe pas aiſément paſſer au travers

pour le meſurer. Ayant prolongé un des côtez A D qui eſt autour de l'angle droit, ſoit menée la perpendiculaire F C, & on aura le Trapeze A B C F, du contenu duquel ſi on ôte le triangle rectangle D C F, on aura la ſuperficie du Trapezoïde incommodé.

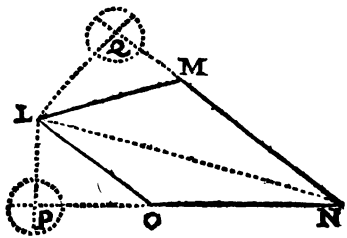



Mais ſi à l'angle droit eſt oppoſé un angle obtus, comme en cette figure, en prolongeant un des côtez antour de l'angle obtus G H, ſoit menée la perpendiculaire K I, & alors on aura les deux triangles rectangles I F G & I K G, le contenu deſquels étant trouvé & ajouté, ſi on en ôte le triangle I K H, on aura la ſuperficie du Trapezoïde incommodé.

Que ſi le Trapezoïde a les angles obliques, il y en aura de trois ſortes. Car ou ils auront deux angles obtus oppoſez, & deux aigus par conſequent; ou deux obtus proches l'un de l'autre, & deux aigus pareillement, ou enfin un obtus & trois aigus. Si donc le Trapezoïde a deux angles obtus oppo-

ſez l'un à l'autre, il ſe meſurera de cette façon.

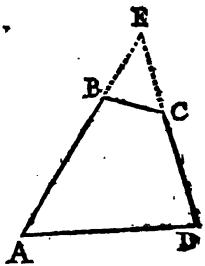
Soit le Trapezoide L M N O, le circuit d'une maiſon ayant deux angles obtus M & O oppoſez, & qu'il le faille meſurer ſans tracer aucune ligne



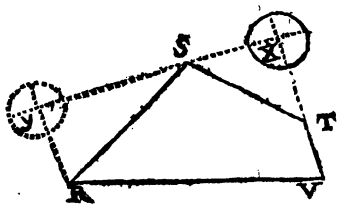

au travers à cauſe de quelques empêchemens qui y ſont. Pour ce faire on prolongera un des côtez de l'angle obtus comme N O, & l'on conduira la perpendiculaire P L. Le même étant fait de l'autre part, on conſiderera les deux triangles rectangles L P N, & L Q N, le contenu deſquels étant trouvé & ajouté, ſi on en ôte les deux petits triangles externes qui ſont rectangles auſſi, ſçavoir L P O & L Q M, on aura le contenu du Trapezoïde incommodé.

Si le Trapezoïde a deux angles ob-

tus proches l'un de l'autre, quelquefois en prolongeant les deux côtez vers les deux angles obtus, ſi l'on trouve qu'ils ſe viennent à joindre en quelque lieu commode, on reduit le Trapezoïde en triangle, le contenu duquel étant trouvé par la meſure des trois côtez, on n'a plus qu'à en ôter le petit triangle exterieur par la même regle, comme l'on voit en cette figure. Mais dautant que cette operation ſe fait rarement, je la paſſe auſſi avec brieveté. Voicy donc celle qui vient le plus ſouvent en pratique.



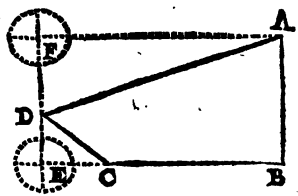

Soit le Trapezoïde incommodé R S T V, ayant deux angles obtus




S & T proches, pour le meſurer on prolongera le côté V T, & on menera

la perpendiculaire X S, laquelle étant prolongée, il faudra trouver la perpendiculaire Y R, & alors on considérera un Trapeze, qui eſt aiſé à meſurer, ſçavoir R Y X V, le contenu duquel étant trouvé, ſi on en ôte les deux petits triangles exterieurs R Y S, & S X T, le reſte ſera le contenu du Trapezoïde incommodé.

Enfin ſi le Trapezoïde a un angle obtus, & trois aigus, comme ABCD, en prolongeant B C



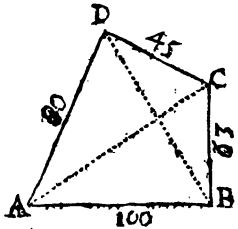

qui eſt autour de l'angle obtus, & en menant la perpendiculaire E D, & prolongée, ſi l'on tire l'autre perpendiculaire F A, on aura un Trapeze A B E F, le contenu duquel étant trouvé, ſi on en ôte les deux triangles exterieurs qui ſont rectangles, on aura la ſuperficie du Trapezoïde incommodé.

*Scholie. J'avertiray le Lecteur de n'être point pareſſeux à lire mes Scholies, qui ne ſont pas icy mis, comme pluſieurs ont fait pour inſerer tout ce qui leur*

*leur vient en fantaiſie. Mon deſſein eſt tout autre : car je n'augmente les propoſitions par ces additions, que pour montrer la methode la plus certaine, & la plus facile, & quelquefois pour expliquer ce que quelques-uns pourroient trouver trop concis en mon diſcours, & quelquefois auſſi comme pour montrer plus clairement, par quelle façon je deſire que l'on faſſe les operations. Par exemple, j'avertiray icy que ſi l'Arpenteur veut meſurer un Trapezoïde incommodé, il faut qu'il obſerve en allant autour ſi les angles ſont droits ou obliques, ce qui ſe connoît incontinent par la croiſée de l'inſtrument qui eſt au ſommet de ſon bâton, auquel s'il n'y a point d'alidade courante & mobile, pour obſerver toutes ſortes d'angles pour en faire quelquefois le rapport de quelque place ou circuit d'une maiſon ou autre choſe : il ne laiſſe toutefois par les ſeules pinules qui ſont à angles droits, de connoître ſi un angle oblique eſt obtus ou aigu. Car s'il excede le quart de ſon inſtrument il eſt obtus, s'il eſt moindre, il eſt aigu. Secondement je l'avertiray que toutes les fois qu'il fera quelques operations dans une piece de terre,*

*il n'oublie pas à la tracer à peu prés ſur ſon ardoiſe, avant que de rien faire, & quand il aura mené quelque perpendiculaire ou diagonale & meſurée, qu'il en faſſe autant en ſa petite figure qu'il a décrite, & qu'il y marque les meſures trouvées : car ainſi il ſe trompera moins dans ſon calcul, il ne prendra pas une ligne entiere pour ſa moitié, & ne ſe troublera jamais à la meſure des figures incommodées, auſquelles aprés que l'on a meſuré un eſpace plus grand qu'on ne doit, on voit par la figure tracée les parties qu'il en faut ôter. Enfin je diray encore icy que ces petits ronds croiſez, qui ſont dans pluſieurs figures, repreſentent la ſituation du bâton de l'Arpenteur, tant pour prolonger les lignes que pour leur tirer des perpendiculaires. Touchant les lignes noires & ponctuées, qui y ſont tracées, il faudroit avoir l'eſprit bien groſſier ſi l'on ne jugeoit que de propos deliberé les lignes noires repreſentent, ſelon ma methode, le circuit des ſuperficies, & les autres lignes qui ſont ponctuées repreſentent celles qu'on doit conduire ou imaginer tant à l'operation qu'à la demonſtration. Au reſte j'ay été un peu long à expli-*

*quer cette Proposition, mais je l'ay fait à dessein, parce que le Trapezoïde est la figure, qui le plus souvent arrive à la mesure des terres.* a




a Il peut arriver que le Trapezoïde à mesurer soit dans un cercle comme ABCD, ce que l'on connoîtra par les deux diagonales AC, BD, sçavoir lorsqu'avec les deux côtez opposez AD, BC, elles feront les deux angles égaux ADB, ACB, ou les deux égaux DAC, DBC : ou bien avec les deux côtez opposez AB, CD, les deux angles égaux ABD, ACD, ou les deux égaux BAC, BDC. Pour lors on aura la superficie de ce Trapezoïde, en ôtant de la moitié de la somme des quatre côtez, chaque côté separément, & en multipliant ensemble les quatre differences : car la Racine quarrée du produit sera l'aire qu'on cherche.

Comme si les côtez du Trapezoïde AB, CD, sont d'autant de pieds que vous les voyez marquez dans la figure, la moitié de leur somme sera 144, de laquelle ôtant separément chaque côté, on a ces quatre differences 44, 64, 81, 99, dont le produit Plan-plan est 22581504, duquel la Racine quarrée donne 4752 pieds quarrez pour l'aire du Trapezoide proposé ABCD.

## *De la meſure des Polygones.*

QUoy que toutes les figures precedentes ſoient Polygones, c'eſt à dire ayent pluſieurs angles, neanmoins on entend ordinairement pour Polygone, la figure rectiligne qui a plus de quatre côtez. Euclide veut qu'on les appelle figures multilateres, pour ne plus accroître le nombre de ſes definitions par le nombre des côtez. Mais pour les diſtinguer plus facilement, nous les nommerons Polygones (comme ont fait quelques autres Geometres) leſquels ſeront diviſez en Polygones reguliers, & en Polygones irreguliers, les reguliers ſont ceux deſquels tous les côtez & tous les angles ſeront égaux, & les irreguliers ceux qui ne conſerveront pas cette égalité par tout.

## PROPOSITION XIV.

*Le tour ou circuit d'un Polygone regulier étant donné, & la perpendiculaire qui part du centre ſur un des côtez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

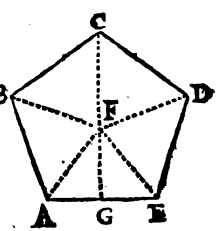
LE nombre des Polygones reguliers eſt infiny, & toutefois il n'y a qu'une même regle pour en trouver la ſuperficie, comme vous allez voir.

*Regle.*

*Si la moitié du circuit du Polygone eſt multipliée par la perpendiculaire qui part du centre ſur un des côtez, le produit donnera la ſuperficie.*

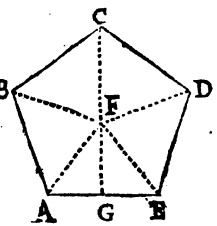
*Exemple.*

Soit le Polygone A B C D E une place pour y conſtruire une citadelle, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que



l'on a du circuit A B C D E, & de la perpendiculaire F G : pour ce faire ſuppoſons que la perpendiculaire F G ſoit de 55 toiſes & le circuit A B C D E de 400, ſa moitié ſera de 200, qui étant multipliée ſelon la regle par la perpendiculaire 55, donne 11000, & d'autant de toiſes ſera le contenu du Polygone qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*




SI du centre du Polygone on tire des lignes droites aux angles, on reduit le Polygone en pluſieurs triangles ſemblables & égaux, la ſuperficie d'un deſquels comme A F E ſe trouve en multipliant la moitié de la baſe G E par la perpendiculaire F G, & ainſi pour les autres triangles, & c'eſt la même choſe de multiplier icy cinq fois la moitié de la baſe par la perpendiculaire, que de multiplier la moitié du circuit par la perpendiculaire, par la ſeconde propoſition du 2. d'Euclide.

*Scholie. Ce ſeroit abuſer du temps & de la peine d'apporter icy pluſieurs exemples des Polygones reguliers, puiſqu'en general ils ſont meſurez tous d'une même façon. Et principalement dautant que la meſure de telles ſuperficies vient fort rarement en pratique, ſi ce n'eſt quand on veut quelquefois meſurer le baſſin d'une fontaine qui repreſente ordinairement un Polygone, ou quand on veut ſçavoir l'eſpace que doit contenir une place reguliere.*

*Des Polygones reguliers incommodez.*

J'Ay tâché autant qu'il m'a été poſſible de remedier aux incommoditez qui ſe peuvent preſenter à la Geometrie. Et dautant que la meſure de ces figures ſe trouve difficile à cauſe des empêchemens, j'ajouteray icy une petite table de dix Polygones reguliers, par le moyen de laquelle on pourra meſurer ceux qui auront pareil nombre de côtez, par le dedans deſquels on ne peut tracer les perpendiculaires.

*Table des Superficies de dix Polygones reguliers, le côté desquels contient* 1.

| | |
|---|---|
| Triangle 4′3″ | Octogone 48′2″ |
| Quarré 1 | Enneagone 61′8″ |
| Pentagone 17′2″ | Decagone 76′9″ |
| Hexagone 26′ | Endecagone 93′6″ |
| Heptagone 36′3″ | Dodecagone 111′9″. *a* |

*a* On peut tres-facilement construire cette Table en multipliant la Tangente de la moitié de l'angle du Polygone par le quart du nombre des angles du Polygone : & quand on voudra que la Table montre des secondes, comme icy, on se servira de la Tangente pour un Sinus total de 100 parties : mais si on la veut faire aller jusques aux tierces, ce qui la rendra plus exacte, on se servira de la Tangente pour un Sinus total de 1000 parties, & ainsi ensuite.

Comme pour trouver l'aire d'un Octogone, où la moitié de l'angle du Polygone est de 67 degrez & 30 minutes, dont la Tangente est 24′1″ pour un Sinus total de 100 parties, ou de 24′1″4‴ à l'égard d'un Sinus total de 1000 parties : en multipliant cette Tangente par le quart du nombre des angles de la figure, c'est à dire dans cet exemple par 2, on a 48′2″, ou 48′2″8‴ pour l'aire de l'Octogone.

L'angle d'un Polygone regulier se trouve en multipliant 180 degrez par le nombre des côtez de la figure, diminué de 2, comme dans cet exemple par 6, & en divisant le

produit

produit 1080 par le nombre des côtez du même Polygone, comme icy par 8, & le quotient donnera l'angle du Polygone, qui ſe trouvera icy de 135 degrez.

## PROBLEME XV.

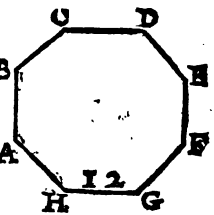
*Comment ſe meſure la ſuperficie des Polygones reguliers, quand on ne peut tracer aucune ligne au travers pour quelque incommodité qui s'y rencontre.*

IL eſt neceſſaire pour meſurer un Polygone regulier, de connoître le circuit & la longueur de la perpendiculaire, qui part du centre ſur un des côtez, comme il a été dit cy-devant: mais s'il arrive qu'il y en ait quelqu'un incommodé pour quelque empêchement d'eaux, ou de bâtimens, alors on ſe ſervira de cette regle.

*Regle.*

*Si le quarré du côté du Polygone eſt multiplié par l'aire du Polygone ſemblable (qui ſe trouve en la table precedente) le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*




Soit le Polygone ABCDEFGH incommodé, le baſſin d'une fontaine octogone, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a d'un des côtez : pour ce faire, ſuppoſons que le côté H G ſoit de 12 pieds, ſon quarré ſera 144, qui ſelon la regle, étant multiplié par l'aire ou ſuperficie de l'octogone qui ſe trouve en la Table precedente, ſçavoir par 48′2″, le produit donnera 6940′8″, qui ſignifient 694 pieds, & 8 ſecondes, qui transferez ſur le Reducteur du pied à l'intervalle des Plans, montre 10 pouces ou environ, ainſi la ſuperficie de l'octogone propoſé à meſurer, ſera de 694 pieds & 10 pouces aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

DAutant que les figures planes ſemblables ſont en raiſon doublée de

leurs côtez homologues, par la 20. du 6. les quarrez qui se feront de ces mêmes côtez seront aussi dans cette raison, & ainsi les figures planes & les quarrez seront en même raison. C'est pourquoy par la regle de proportion, comme le quarré du plus petit côté est au quarré du plus grand, ainsi l'aire ou superficie de la petite figure qui est en la Table, sera à la plus grande que l'on cherche; mais le quarré de la petite figure est toujours 1, qui est le premier proportionnel qui ne divise point, ainsi il n'y a qu'à multiplier le quarré du plus grand côté par l'aire semblable qui est en la Table, pour avoir le contenu du Polygone, ce qu'il falloit demontrer.

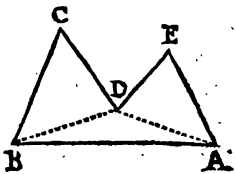
## PROPOSITION XVI.

### *Comment se mesure la superficie des Polygones irreguliers.*

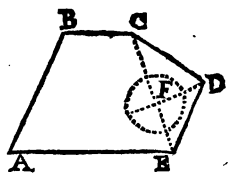
VOicy où consiste principalement l'art d'arpenter : car la pluspart des terres sont ordinairement des Polygones irreguliers, & toutefois si differens entre eux, qu'il n'y a aucune

regle pour les pouvoir meſurer qu'en les reduiſant en d'autres figures plus ſimples, comme en triangles, en trapezes, & en parallelogrammes.

*Exemple.*

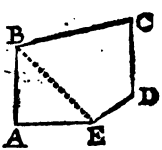



Soit le Polygone irregulier A B C D E un pré propoſé à meſurer: pour ce faire on tirera les diagonales D A, D B, qui diviſeront la ſuperficie du Polygone en trois triangles, le contenu deſquels étant trouvé par les propoſitions precedentes, & ajouté enſemble donnera la ſuperficie du Polygone irregulier qu'il falloit meſurer.




Voilà la methode la plus commune & la plus ordinaire, que Cardan prefere à toutes les autres, il s'y trouvera toutefois un abregé quand il s'y rencontrera des côtez paralleles. Car on pourra quelquefois reduire la ſuperficie propoſée en trapezes & en

triangles, comme l'on peut voir en cette figure, dans laquelle B C étant parallele à A E, la ſeule diagonale C E ſera ſuffiſante pour le reduire en des figures plus ſimples & commodes à meſurer, car cette ſeule ligne diviſe le Polygone en un trapeze & en un triangle, ce qu'il ne faut pas negliger quand cela ſe rencontre. De plus la ſeureté, outre l'abregé, s'y trouve, parce qu'il ne ſe commet pas ſi-tôt une erreur à meſurer un trapeze, qu'en la meſure des deux triangles deſquels il eſt compoſé.

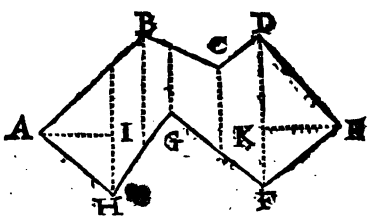



On obſervera auſſi que s'il y a un angle droit au Polygone, de ne tirer de cet angle aucune diagonale, parce que l'on en peut faire un triangle rectangle, qui ſe meſure facilement; comme en la figure A B C D E, en tirant la diagonale B E on fait un triangle rectangle BAE, & le reſte qui eſt un trapezoide ſera derechef diviſé par une autre diagonale pour être reduit en deux triangles.

Et ſi la diviſion des Polygones en triangles plaît à quelqu'un, qu'il ſe

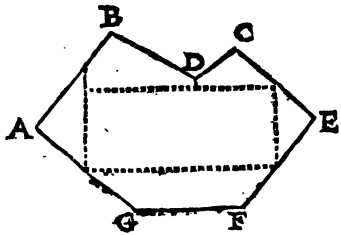
ſouvienne de tirer les diagonales de telle ſorte, que les perpendiculaires des triangles ayent une grandeur conſiderable à l'égard de la baſe ſur laquelle elles tombent. Ce qui ſe fera quand on tirera les diagonales des plus grands angles. La raiſon de cecy a été dite & demontrée cy-deſſus.

Il y a des Geometres qui trouvent une facilité en tirant des paralleles de tous les angles de la piece, pour diviſer ainſi ſa ſuperficie en triangles & en trapezes, comme l'on voit dans cette figure. Mais le bâton de l'Arpenteur n'étant gueres commode pour tirer ces paralleles, cela fait que je n'eſtime pas beaucoup cette methode pour la pratique.




Il y en a d'autres, qui pour trouver quelque facilité & certitude, quand ils rencontrent un Polygone de 10 ou

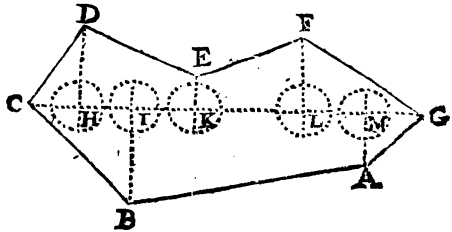
de 12 côtez, décrivent le plus grand rectangle qu'ils peuvent au milieu de la piece, le contenu duquel étant trouvé, ils cherchent la ſuperficie de tous les triangles & trapezes qui ſont autour : comme l'on peut voir à la figure que j'ay icy miſe pour faire mieux




comprendre ce que je dis, & cette methode eſt à preferer à l'autre, d'autant que le grand parallelogramme emporte la plus grande partie de la ſuperficie, & qu'il eſt facile à meſurer. Il eſt vray qu'il n'eſt pas facile de la pouvoir bien tracer, & de marquer un des angles qui ordinairement ne tombe pas ſur les côtez de la piece. Sans la peine que l'on a encore à meſurer tous ces petits eſpaces qui ſont autour du Parallelogramme.

La methode que j'eſtime la plus fa-

cile & la moins ſujette à erreur, eſt quand ces Polygones de pluſieurs côtez ſe preſentent, de tirer une diagonale des deux angles plus éloignez qui ſoient




au Polygone, que les Geometres appellent ligne fondamentale, & ſur cette ligne y tirer des perpendiculaire de tous les angles de la piece; car ainſi on trouvera aiſément leur ſuperficie, parce que ces perpendiculaires diviſent toujours la ſurface du Polygone en triangles rectangles, & en trapezes rectangles, pour le calcul deſquels il n'eſt pas beſoin de tirer d'autres perpendiculaires. Ainſi au Polygone A B C D E F G, la ligne C G eſt la ligne fondamentale, ſur laquelle toutes les perpendiculaires tombent, qui diviſent toute l'aire en trois trapezes rectangles, & en quatre triangles rectangles.

*Scholie. Dautant que je prefere cette derniere methode à toutes les autres, pour cette cauſe je deſire montrer à l'œil la maniere de s'en ſervir. Premierement donc on doit ficher des bâtons à toutes les extrémitez de la piece, puis tirer cette ligne fondamentale C G, y plantant des piquets ou bâtons par intervalle, ſi elle eſt de longue étendüe. Ce qui étant fait, ſans ſe ſoucier combien elle contient, l'Arpenteur ayant mis ſon bâton le long de cette ligne C G, aux environs du point H, tâchera à le planter de telle ſorte que par les pinules il puiſſe voir les bâtons C & G, ou d'autres qui ſeront entre-deux, & par les autres pinules le bâton qui eſt à l'angle D, ce qu'ayant trouvé il meſurera la longueur de H C, & de H D, & par la moitié d'une de ces lignes, il multipliera l'autre pour avoir la ſuperficie du triangle C H D. Cela fait laiſſant un piquet au point H, il tranſportera ſon bâton le long de la ligne fondamentale, & cherchera le point K par la même methode, & il ſera trouvé quand par les pinules il verra le bâton H, & par les autres le point E, puis il meſurera les lignes K E & K H,*

*& ajoutant K E & H D enſemble, il multipliera la moitié de ce tout par la perpendiculaire K H, & le produit donnera la ſuperficie du trapeze K H D E. Il procedera de la même façon à la meſure de l'autre trapeze L K E F, & ainſi il trouvera la meſure de toutes les parties du Polygone, qui étant ajoutées enſemble, donneront le contenu du Polygone que l'on deſire connoître.*

*Des Polygones irreguliers incommodez.*

VOicy le dernier Chapitre des figures rectilignes que je n'ay pas voulu paſſer ſous ſilence, à cauſe que bien ſouvent ces figures ſont embarraſſées de maiſons, taillis, eaux & autres incommoditez; à la meſure deſquels on ſe trouvera empêché, ſi l'on ne ſçait comment il s'y faut comporter.

## PROPOSITION XVII.

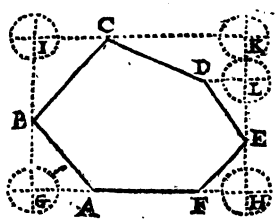
*Comment ſe meſure la ſuperficie des Polygones irreguliers, quand on ne peut tracer aucune ligne au travers pour quelque incommodité qui s'y rencontre.*

LA methode precedente pour trouver la meſure des Polygones irreguliers, conſiſte à les reduire en d'autres figures plus ſimples par des lignes tirées au travers de leur ſuperficie. Mais quand la ſuperficie eſt incommodée, comme quand elle contient un étang, un bois, le circuit d'un heritage & des maiſons, par le milieu deſquelles places on ne peut pas tirer des lignes pour les reduire en d'autres figures plus ſimples, alors on décrira tout autour, ou pour le moins de la plus grande partie, ſelon la commodité un grand rectangle, en prolongeant un des plus grands côtez, & vers ſes extrémitez tirant des perpendiculaires par les pointes de la piece, que l'on fermera par une autre oppoſée au plus grand côté, la ſuperficie duquel

rectangle étant connuë, il n'y aura plus qu'à en ſouſtraire les triangles ou trapezes qui ſeront autour de la piece, pour avoir le contenu du Polygone incommodé. Un ſeul exemple ſuffira pour donner à entendre plus facilement qu'un plus long diſcours.

*Exemple.*

Soit la ſuperficie d'un étang ou d'un bois le Polygone irregulier ABCDEF qu'il faille meſurer: pour ce faire, puiſqu'il eſt incommodé, & que l'on ne




peut pas aller librement au travers, je prolonge le plus grand côté AF de part & d'autre en cette figure, & je conduis les perpendiculaires GI, HK, ſur le côté prolongé qui paſſent par les pointes de la place B & E, comme la figure montre, je conduis encore la

perpendiculaire I K ſur la ligne G I qui paſſe par la pointe C, qui acheve le Parallelogramme rectangle G I K H, la ſuperficie duquel étant connuë; ſi on en ſouſtrait quatre triangles rectangles D L E, E H F, A G B, B I C, & le trapeze C K L D, on aura la ſuperficie du Polygone irregulier incommodé qu'il falloit meſurer.

Notez que s'il s'y trouve quelque angle droit, on pourra prolonger les deux côtez qui le comprennent, pour décrire le rectangle autour du Polygone, l'exercice & la pratique montreront ſouvent quelque abregé.

*Scholie. Si quelqu'un demande ce qu'il faudroit faire ſi l'on ne pouvoit décrire ce rectangle autour du lieu incommodé, comme il ſe rencontre quelquefois. Je réponds que lorſque cela arrive l'Arpenteur prend les côtez & les angles de la figure, & en trace un ſemblable au petit pied, laquelle il meſure pour determiner le contenu du Polygone doublement incommodé. Mais cette façon d'operer n'eſt pas de ce lieu, & j'en traiteray quelque jour en un autre diſcours que je feray Dieu aidant.*

## *Des Superficies planes curvilignes.*

AYant mis fin à la Geometrie des Superficies planes rectilignes, l'ordre demande que nous traitions maintenant des Superficies planes bornées de lignes courbes que l'on appelle curvilignes, lesquelles nous distinguerons pour plus grande facilité en regulieres & en irregulieres. Les regulieres seront le cercle, l'ovale ou l'ellipse, pour les irregulieres elles sont en nombre infiny.

## *De la mesure du Cercle.*

LA Geometrie des curvilignes est presque toujours inconnuë, parce que l'on ne sçait pas la raison de la ligne droite à la courbe. Que si elle étoit trouvée, on trouveroit aussi comme il faut égaler une figure curviligne à une rectiligne, & de-là on trouveroit cette Geometrie tant desirée de la quadrature du Cercle que plusieurs Geometres croyent impossible.

## PROPOSITION XVIII.

*La Circonference & le Diametre d'un cercle étant donnez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

NOus commencerons cette Geometrie des figures curvilignes par le cercle comme étant plus connuë que les autres, la meſure duquel ne differe point de celle des Polygones reguliers, comme en effet le cercle eſt la figure la plus reguliere de toutes, & pour ce ſujet quelques-uns des Grecs l'ont nommé non-ſeulement Polygone, mais Olegone, c'eſt à dire tout angle. C'eſt pourquoy il eſt meſuré par la même regle.

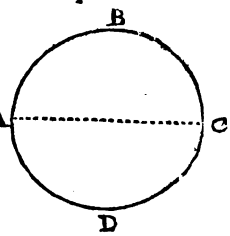
*Regle.*

*Si la moitié de la circonference ou circuit du cercle eſt multipliée par la perpendiculaire ou demy diametre, le produit donnera ſa ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le cercle A B C D le circuit d'une tour ronde ou colombier, la ſu-

perficie duquel on desire sçavoir par la connoissance que l'on a de la circonference A B C D & du diametre A C: pour ce faire, suppo-




sons que cette circonference soit de 15 toises & le diametre A C de 4 toises 8 primes; selon la regle je multiplie la moitié de la circonference qui est 75′, par le demy diametre 24′, viennent 18 toises precisément pour la superficie du cercle qu'il falloit mesurer.

*Demonstration.*

Dautant que la superficie du cercle est égale au triangle rectangle, duquel l'un des côtez qui est autour de l'angle droit, est égal au demy diametre, & l'autre à la circonference; & que l'aire du triangle rectangle se trouve en multipliant la perpendiculaire par la moitié de la base, l'aire du cercle se trouvera aussi en multipliant le demy diametre par la moitié de la circonference, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie.*

*Scholie. J'ay montré en l'Arithmetique des nombres Geometriques, comment on diviſe un nombre par un autre ſans fractions, ſçavoir en ajoutant quelques zeros avec les denominations par ordre : ainſi pour diviſer 15 par 2 il n'y a qu'à ajouter un zero avec ſa denomination, viendront 150′, qui étant diviſez par 2, donnent 75′ c'eſt à dire 7 toiſes & 5 primes. a*

## PROPOSITION XIX.

*Le diametre d'un cercle étant donné, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

LA vraye raiſon du diametre à la circonference n'étant pas encore connuë, cela fait que l'on n'a pû trouver juſtement auſſi le contenu de la ſuperficie du cercle. Et ainſi juſques à

*a* Il n'eſt pas toujours aiſé de meſurer le rayon d'un cercle, parce qu'il n'eſt pas toujours commode d'en trouver le centre : & comme ce rayon dépend de la circonference, comme la circonference dépend du rayon, il eſt évident qu'ayant meſuré l'un de ces deux, on peut trouver l'autre, ce qui ſe fait par la multiplication & par la diviſion, comme il a été enſeigné ailleurs.

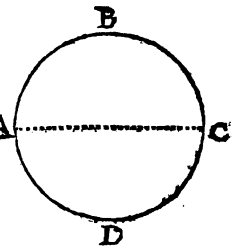
preſent on s'eſt ſervy de deux regles, par la premiere deſquelles on trouve la ſuperficie du cercle un peu plus grande qu'il ne faut, en multipliant le quarré du diametre par 11, & en diviſant le produit par 14, & par l'autre un peu moindre qu'elle n'eſt, en multipliant le quarré du diametre par 223, & diviſant le produit par 284, afin qu'ayant connu le plus & le moins, ſi c'eſt quelque choſe de precis qu'on vueille faire, on puiſſe prendre quelque milieu pour avoir le contenu le plus prés qu'il ſera poſſible: mais dautant que par l'une & par l'autre regle on eſt contraint de multiplier & diviſer, afin de ſoulager l'Arpenteur, je luy en donne une qui ſe fait par la ſeule multiplication telle qu'eſt la ſuivante.

*Regle.*

*Si le quarré du diametre du cercle eſt multiplié par 7'8''5''', le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le Cercle A B C D le baſſin d'une fontaine, la ſuperficie duquel on




deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a du diametre A C : pour ce faire, ſuppoſons que ce diametre ſoit de 4 toiſes 8 primes, ſon quarré ſera 2 3 0′ 4″, qui ſelon la regle, étant multiplié par 7′8″5‴, donnera 1 8 0′ 8″ 6‴ 4⁗ 0ʳ qui ſignifient 18 toiſes & 8″ (car les autres nombres ſont de peu de conſequence,) qui ſur l'intervalle des Plans du Reducteur de la toiſe, donnent 3 pieds ou environ. Et ainſi la ſuperficie du cercle eſt de 18 toiſes & 3 pieds aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

POur entendre la raiſon de cette operation, il faut ſçavoir, que quand le diametre d'un Cercle eſt 1, ſon aire eſt 7′8″5‴ aſſez preciſément, ce qui étant connu, la demonſtration ſera telle.

Dautant que les quarrez des diametres des Cercles & les ſuperficies des

Cercles, ſont des figures ſemblables, ils auront par la 20. du 6. la raiſon doublée de leurs côtez homologues, & par conſequent les quarrez des diametres ſeront en même raiſon que les ſuperficies des Cercles. C'eſt pourquoy par la regle de proportion comme le quarré du plus petit diametre, eſt au quarré du plus grand, ainſi la ſuperficie du petit cercle connuë, ſera à la plus grande que l'on cherche : mais le quarré du plus petit diametre qui eſt le premier proportionnel eſt 1, qui ne diviſe point. Il n'y a donc qu'à multiplier le quarré du plus grand diametre par la ſuperficie du petit Cercle, qui eſt $7'8''5'''$ pour avoir la ſuperficie du Cercle que l'on cherche. Ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Notez que ſi l'on deſire operer avec plus de préciſion, il faudra multiplier le quarré du diametre par* $7'8''5'''4''''3^{v}$, *& j'oſe aſſeurer que ce ſera encore plûtôt fait, que ſi on multiplioit le quarré du diametre par* 11, *& que l'on diviſât le produit par* 14, *qui eſt la methode ordinaire.*

### *Du Cercle incommodé.*

NOus appellons figures incommodées celles au milieu deſquelles on ne peut pas commodément tracer quelques lignes : ce qui arrive ſouvent à la meſure du Cercle.

## PROPOSITION XX.

*Comment ſe meſure la ſuperficie d'un Cercle, quand on ne peut tracer aucune ligne au travers pour quelque incommodité qui s'y rencontre.*

SI le Cercle eſt en telle ſituation, que l'on ne puiſſe pas tracer le diametre, pour trouver le contenu de ſa ſuperficie, on ſe ſervira de ſa circonference, & par la regle ſuivante on trouvera ſa meſure.

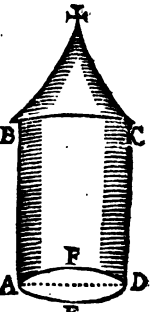
### *Regle.*

*Si le quarré de la circonference du Cercle eſt multiplié par* $7^{I}9^{II}5^{IIII}$, *le produit donnera la ſuperficie.*

### *Exemple.*

Soit le Cercle AFDE, le pied

d'une tour ſolide, la ſuperficie interieure de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de la circonference : pour ce faire, ſuppoſons que la circonference AFDE ſoit de 15 toiſes, ſon quarré ſera 225, qui ſelon la regle, étant multipié par $7''\ 9'''\ 5''''$, le produit donnera $178'0''7'''5''''$, qui ſignifient 17 toiſes & $8^{p}$ (car les autres nombres ſont de peu de conſequence) qui ſur l'intervalle des Plans du Reducteur de la toiſe donnera 29 pieds ou environ, ainſi la ſuperficie du Cercle qui eſt à la tour, eſt de 17 toiſes 29 pieds aſſez preciſément.




## *Demonſtration.*

POur entendre la raiſon de cette operation, il faut ſçavoir que quand la circonference d'un Cercle eſt 1, que ſon aire eſt $7''\ 9'''\ 5''''$ aſſez preciſément, ce qui étant connu, la demonſtration ſera telle.

Daurant que les quarrez des circonferences des Cercles priſes comme lignes droites, & les ſuperficies des Cercles ſont des figures ſemblables, ils auront par la 20. du 6. la raiſon doublée de leurs côtez homologues, & par conſequent les quarrez des circonferences, ſeront en même raiſon que les ſuperficies des Cercles; c'eſt pourquoy par la regle de proportion, comme le quarré de la plus petite circonference eſt au quarré de la plus grande; ainſi la ſuperficie du petit Cercle, qui eſt connuë, ſera à la plus grande que l'on cherche. Mais le quarré de la plus petite circonference qui eſt le premier proportionnel eſt 1, qui ne diviſe point, il n'y a donc qu'à multiplier le quarré de la plus grande circonference par la ſuperficie du petit Cercle, qui eſt $7''9'''5''''$ pour avoir la ſuperficie du Cercle que l'on cherche, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Il ſera facile à juger comment je pouvois groſſir ce Chapitre de la meſure du Cercle, ſi j'euſſe voulu faire la converſion des Propoſitions, & montrer comme par la connoiſſance de l'aire du Cercle, on peut trouver la*

circonference ou le diametre. Mais ce ſeroit μεταβαίνειν εἰς ἄλλο γένος, & confondre la Geometrie des lignes avec celles des Plans. Je ſçay bien toutefois que pluſieurs l'ont ainſi fait ; mais la methode que j'ay d'enſeigner, a toujours repugné à cette procedure, & j'ay crû que toutes choſes devoient être traitées en leur lieu. S'il y en a qui preferent la methode ordinaire à celle que j'ay donnée, voicy comme ils y doivent proceder. Il faudra qu'ils multiplient le quarré de la circonference par 7, & qu'ils diviſent le produit par 88, pour avoir la ſuperficie un peu plus petite : & s'ils multiplient le même quarré par 71 ; & qu'ils diviſent le produit par 892, ils auront la ſuperficie un peu plus grande : & ainſi ayant connu le plus & le moins, ils pourront prendre quelque nombre entre les deux, pour avoir quelque choſe de précis.

*Methode tres-utile & tres-facile pour trouver toutes circonferences & ſuperficies des Cercles.*

DAutant que ſouvent les Geometres ont beſoin de ſçavoir la circonference

conference & la ſuperficie des Cercles, & que le calcul pourroit ſembler ennuyeux à quelques eſprits delicats par les Propoſitions que j'ay données quand les nombres ſont grands. J'ay deliberé pour les ſoulager de la peine qu'il y a, de leur donner une petite Table, par laquelle ils pourront trouver par la ſeule addition toutes ſortes de circonferences & de ſuperficies de Cercles ſi grands qu'ils puiſſent être.

| *Diametres.* | *Circonf.* | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1' | 1'' | 1''' | 1'''' | 1v | 1v' | | |
| 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 4 | 1 | 1 | 7 | 1 2 1 0 |
| 2 | 1 | 6 | 1 | 2 | 8 | 1 | 3 | 1 | 4 1 4 1 0 |
| 3 | 1 | 9 | 1 | 4 | 2 | 1 | 5 | 1 | 1 6 1 0 |
| 4 | 1 | 1 | 2 | 1 | 5 | 1 | 6 | 1 | 8 1 8 1 1 |
| 5 | 1 | 1 | 5 | 1 | 7 | 1 | 0 | 1 | 8 1 6 1 0 1 1 |
| 6 | 1 | 1 | 8 | 1 | 8 | 1 | 5 | 1 | 0 1 3 1 2 1 1 |
| 7 | 1 | 2 | 1 | 1 | 9 | 1 | 9 | 1 | 2 1 4 1 0 1 2 |
| 8 | 1 | 2 | 1 | 5 | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 1 7 1 6 1 2 |
| 9 | 1 | 2 | 1 | 8 | 1 | 2 | 1 | 7 | 1 5 1 4 1 8 1 2 |

| *Diametr.* | *Superf.* | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1' | 1'' | 1''' | 1'''' | 1v | 1v' | | | |
| 1 | 1 | 7 | 1 | 8 | 1 | 5 | 1 | 4 | 1 3 1 c |
| 2 | 1 | 1 | 5 | 1 | 7 | 1 | 0 | 1 | 8 1 6 1 0 |
| 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 5 | 1 | 6 | 1 2 1 9 1 0 |
| 4 | 1 | 3 | 1 | 1 | 4 | 1 | 1 | 7 | 1 2 1 0 |
| 5 | 1 | 3 | 1 | 9 | 1 | 2 | 1 | 7 | 1 1 1 5 1 0 |
| 6 | 1 | 4 | 1 | 7 | 1 | 1 | 2 | 1 | 5 1 8 1 0 |
| 7 | 1 | 5 | 1 | 4 | 1 | 9 | 1 | 8 | 1 0 1 1 0 |
| 8 | 1 | 6 | 1 | 2 | 1 | 8 | 1 | 3 | 1 4 1 4 1 0 |
| 9 | 1 | 7 | 1 | 0 | 1 | 6 | 1 | 8 | 1 8 1 7 1 0 |

Premierement donc il faut ſçavoir, que la premiere Table montre les circonferences de 9 diametres, qui aug-

mentent d'une aunité, & la 2. les ſuperficies. Et ainſi ſi je veux ſçavoir la circonference d'un Cercle qui a 5 de diametre, vis à vis on trouve à la Table premiere $157'0''8'''6''''0^{v}1^{vi}$ pour la circonference qu'on cherche. Mais ſi 5 étoient 5 primes, il faudroit approcher les parties ſuſcrites d'un degré vers la gauche ſans changer rien aux nombres, & il viendroit $15^{i}7''0'''8''''6^{v}0^{vi}1^{vii}$: & ſi 5 étoient marqués de ſecondes diviſions, il faudroit approcher les parties de deux degrez, & l'on auroit $1'5''7'''0''''8^{v}6^{vi}0^{vii}1^{viii}$; s'il étoit marqué de tierces, il faudroit approcher de trois, & ainſi conſecutivement.

Au contraire, s'il y avoit quelques zeros annexez à ces 9 diametres, il faudroit avancer les parties ſuſcrites d'autant de degrez vers la main droite (ſans changer rien aux nombres) qu'il y a des zeros, comme ſi 5 de diametre ont donné $157'0''8'''6''''0^{v}1^{vi}$ pour circonference, le diametre étant de 50, la circonference ſera de $157\ 0'8''6'''0''''1^{v}$, ſi de 500 de $15708'\ 6''0'''1''''$, & ainſi des autres.

Que ſi le diametre eſt compoſé de

pluſieurs nombres, alors il faudra prendre en la Table la valeur de chaque note, qui ſignifie quelque choſe, en les rangeant les uns ſous les autres, comme on a de coutume en la multiplication, & la ſomme de ces nombres ainſi ſituez, donnera la valeur de la circonference du nombre compoſé. Par exemple, ſi je veux trouver la circonference d'un Cercle qui a 52 de diametre, vis à vis de 2. en la Table, on trouve $62'8''3'''4''''4^{v}0^{vi}$ & vis à vis de 5 on trouve $157'0''8'''6''''0^{v}1^{vi}$, qui diſpoſez & ajoûtez, comme l'on voit icy à côté, font $1633'6''9'''4''''5^{v}0^{vi}$ pour la circonference d'un Cercle, qui a 52 de diametre.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 5 | 2 |
| | 6 | 2 | 8 | 4 | $0^{vi}$ |
| 1 | 5 | 7 | 0 | 1 | |
| 1 | 6 | 3 | 3 | | |

Que ſi le nombre compoſé a des parties comme primes, ſecondes ou tierces, alors il faudra avancer les parties ſuſcrites d'autant de degrez vers la main gauche, qu'il y aura de diviſions ſans changer en aucune ſorte les nombres: Comme s'il falloit trouver la circonferance d'un Cercle qui a

$52'$, ſans changer les nombres trouvez cy-deſſus, il faudroit ſeulement avancer les parties ſuſcrites d'un degré vers la main gauche, & il viendroit $163'3''6'''9''''4^{v}5^{v'}0^{v''}$ s'il avoit $5'2''$, il les faudroit avancer encore d'un degré davantage, vers la partie même, & il viendroit $16'3''3'''6''''9^{v}4^{v'}5^{v''}0^{v'''}$ : De ces exemples il ſera aiſé de conjecturer comme il faut faire aux autres.

Au contraire, ſi le nombre compoſé a des zeros à l'extrémité, ſans s'en ſoucier, il faudra trouver la valeur des figures qui ſignifient quelque choſe, & puis avancer les parties ſuſcrites d'autant de degrez vers la main droite qu'il y a de zeros : comme ſi le diametre 52 a donné $1633'6''9'''4''''5^{v}0^{v'}$ pour circonference. Le diametre de 520 donnera $16336'9''4'''5''''0^{v}$, & ſi le diametre eſt de 5200 la circonference ſera de $163369'4''5'''0''''$, & ainſi par ordre.

Pour trouver maintenant les ſuperficies des Cercles par la 2. Table. Premierement s'ils n'excedent le nombre de 9, on ſçaura que vis à vis on trouvera les ſuperficies. Ainſi ſi le diametre

eſt de 4, la ſuperficie ſe trouvera de $31'4''1'''7''''2^{v}0^{v'}$ : mais ſi 4 étoient des primes, il faudroit avancer les parties ſuſcrites de deux degrez vers la main gauche, & il viendroit pour ſuperficie $3''1'''4''''1^{v}7^{v'}2^{v''}0^{v'''}$, ſi c'étoit des ſecondes, il les faudroit avancer de 4, & il viendroit $3''''1^{v}4^{v'}1^{v''}7^{v'''}2^{v''}0^{x}$, & ainſi conſecutivement: s'il arrivoit des tierces, il faudroit avancer de ſix degrez.

Au contraire s'il y a quelques zeros annexez à ces 9 diametres, il faudra avancer les parties ſuſcrites de deux fois autant de degrez vers la main droite, qu'il y a de zeros, c'eſt à dire, s'il y a un zero, il faudra avancer les parties de deux degrez, s'il y en a deux, il faudra les avancer de 4, & ainſi par ordre. Comme ſi 4 de diametre a donné $31'4''1'''7''''2^{v}0^{v'}$, pour ſuperficie, 40 donneront $3141'7''2'''0''''$, ſi 400, la ſuperficie ſera de $314172'0''$: & ainſi des autres.

Si le diametre eſt compoſé de pluſieurs nombres, alors ayant pris le quarré de ce nombre, il faudra prendre en la Table la valeur de chaque figure, qui ſignifie quelque choſe en

les rangeant les unes ſous les autres, comme on a de coûtume en la multiplication, & en l'addition de ces nombres ainſi diſpoſez, donnera la valeur de la ſuperficie du Cercle, duquel le diametre eſt un nombre compoſé. Comme ſi je veux trouver la ſuperficie d'un Cercle qui a 12 de diametre, le quarré de 12 eſt 144. Et vis à vis de 4 ſont $31'4''1'''7''''2^{v}0^{vi}$ que je range par deux fois à cauſe des deux 4, retrocedant comme on a de coûtume à la multiplication, & vis à vis de 1, on trouve $7'8''5'''4''''3^{v}0^{vi}$, qui étant ajoutez comme ils ſont diſpoſez, font $1131'0''1'''9''''2^{v}0^{vi}$ pour la ſuperficie du Cercle qui a 12 de diametre.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 1 | 44 |
| | | 314 | 1 | 7 | $20^{vi}$ |
| | 314 | 17 | | 2 | 0 |
| 785 | 43 | 0 | | | |
| 1131 | $'0''$ | $1'''$ | $9''''$ | $2^{v}$ | $0^{vi}$ |

Que ſi le nombre compoſé a des parties, comme primes, ſecondes ou tierces, alors il faudra avancer les parties ſuſcrites de deux fois autant de degrez vers la main gauche qu'il y a de parties, comme ſi le diametre eſt de 12′, la ſuperficie du Cercle ſera

de $11'3''1'''0''''1^{v}9^{vi}2^{vii}0^{viii}$, s'il eût été de $1'2''$, la superficie eût été de $1''1'''3''''1^{v}0^{vi}1^{vii}9^{viii}2^{ix}0^{x}$, & ainsi des autres.

Au contraire si le nombre composé a des zeros à l'extrémité, sans s'en soucier il faudra trouver la valeur de la superficie du Cercle, comme si ces zeros n'y étoient point; & avancer les parties suscrites vers la main droite de deux fois autant de degrez qu'il y aura de zeros: comme si le diametre de 12 a donné pour la superficie du Cercle $113 1'0''1'''9''''2^{v}0^{vi}$, le diametre de 120 donnera $113101'9''2'''0''''$, & celuy de 1200 donnera 11310192'0'', & ainsi de tous les autres nombres.

## *De la mesure des parties du Cercle.*

SI l'on sçait bien mesurer la superficie du Cercle, il sera facile de mesurer plusieurs de ses parties, comme le demy Cercle, le quart de Cercle, les secteurs de Cercles, & bien que ces parties viennent rarement en pratique, je ne laisseray pas neanmoins d'en donner en peu de mots quel-

ques Propoſitions pour ne laiſſer rien que l'on puiſſe deſirer.

## PROPOSITION XXI.

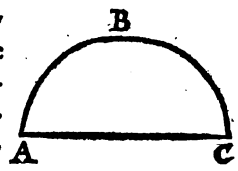
*L'arc & le diametre du demy Cercle étant donnez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

QUi ſçait meſurer le Cercle ſçait pareillement meſurer la moitié; ſi toutefois on en deſire une regle à part, la voicy.

*Regle.*

*Si la moitié de l'arc du demy Cercle eſt multiplié par le demy diametre, le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*




Soit le demy Cercle A B C, le baſſin d'une fontaine, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir, par la connoiſſance que l'on a de l'arc ABC, & du diametre A C : pour ce faire, ſuppoſons que l'arc du demy Cercle

ſoit de 22 pieds, & le diametre A C de 14. Selon la regle je multiplie la moitié de l'arc qui eſt 11, par la moitié du diametre 7, il vient 77, & d'autant de pieds eſt la ſuperficie du demy Cercle qu'il falloit meſurer.

*Corollaire.*

De là il ſera aiſé à meſurer la ſuperficie du quart du Cercle.

*Demonſtration.*

LA demonſtration de cecy eſt facile, ayant bien entendu celle du Cercle qui a precedé.

*Scholie. Il ſemblera que la meſure de ces figures ſoient hors de leur lieu, comme n'étant pas entierement bornées de lignes courbes : mais parce qu'elles ſont partie de Cercle, & dépendent de la meſure du Cercle, pour cette cauſe elles ſont icy miſes de ſuite.*

## PROPOSITION XXII.

*Le diametre du demy Cercle étant donné, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

VOicy une autre methode ſans meſurer la circonference qui ſe pratique par cette regle.

*Regle.*

*Si le quarré du diametre du demy Cercle eſt multiplié par $3'9''2'''7''''$, le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*

Suppoſons que comme deſſus, le diametre du demy Cercle A C ſoit de 14, ſon quarré ſera de 196, qui étant multiplié par $3'9''2'''7''''$, donnera $76\,9'\,6''\,9'''\,2''''$, qui ſignifient 76 pieds, & $9'\,6''$ (ſans ſe ſoucier des autres nombres) qui ſur l'intervalle des Plans du Reducteur du pied donne 138 pouces ou environ, ainſi le demy Cercle A B C contient 76 pieds & 138 pouces aſſez preciſément.

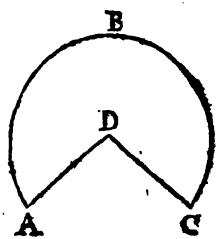
*Demonſtration.*

LA demonſtration ſe verra en la meſure des ſegmens cy-aprés.

## PROPOSITION XXIII.

*L'arc & le demy diametre du Secteur étant donnez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

LE Secteur de Cercle eſt une figure plane compriſe ſous une partie de la circonference du Cercle & deux demy diametres, le contenu duquel ſe meſure par cette regle.

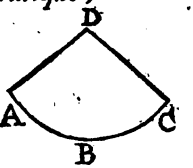



*Regle.*

*Si la moitié de l'arc du Secteur de Cercle eſt multiplié par le demy diametre, le produit donnera ſa ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit le Secteur de Cercle ABCDA.




la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de l'arc ABC, & du demy diametre AD, pour ce faire, ſuppoſons que l'arc ABC ſoit de 10 toiſes, & le demy diametre AD de 2 toiſes 4 primes. Selon la regle je multiplie la moitié de l'arc 5, par le demy diametre 24', il vient 120', qui ſignifient 12 toiſes juſtement pour la ſuperficie du Secteur ABCDA qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

DAutant que le rectangle qui eſt fait du demy diametre & de la moitié de la circonferenee, eſt égal à la ſuperficie du Cercle. Si on diviſe la circonference en autant de parties que l'on voudra, les rectangles que l'on fera de la moitié de ces parties, & du diametre, ſeront enſemble égaux au Cercle par la 1. du 2. & ces rectangles égaux aux ſecteurs. Ainſi leur aire ſe trouve par la multiplication du demy diametre & de la moitié de la

circonference, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. On a de coûtume de diviſer les Secteurs en grands & petits ; les grands ſont ceux qui ont plus de la moitié de la circonference du Cercle, les petits ceux qui en ont moins. Mais cette diſtinction n'empêche pas que leur ſuperficie ne ſe trouve par la même regle.*

## PROPOSITION XXIV.

*Comment ſe meſure la ſuperficie des Segmens du Cercle.*

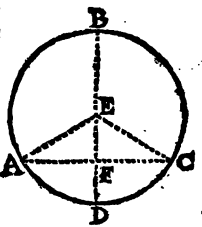
LEs Segmens du Cercle ſont grands ou petits, les grands ſont ceux qui ont le centre dans leur ſuperficie, les petits ceux qui ne l'ont point : C'eſt pourquoy ils ſe meſurent diverſement, toutefois pour abreger une Geometrie, qui rarement vient en uſage, nous mettrons les deux regles en une.

*Regle.*

*Si à la ſuperficie du Secteur du Cercle on ajoute le triangle rectiligne qui eſt compris des deux demy diametres &*

*de leur baſe, on aura la ſuperficie du grand Segment : & ſi on l'ôte on aura le petit.*

*Exemple.*




Soit premierement le grand ſegment de Cercle propoſé à meſurer A B C A, & pour ce faire, ſoit trouvé le centre E, & tirez les deux demy diametres A E, E C, alors la ſuperficie du Cercle ſera diviſée en deux Secteurs A B C E A, & A E C D A, la ſurface deſquels étant trouvée par la precedente, ſi au grand Secteur A B C E A, on ajoute le triangle A E C, on aura la ſuperficie du plus grand ſegment. Et ſi du petit Secteur A E C D A, on en ôte ledit triangle A E C, on aura l'aire du petit ſegment A D C A, ce qu'il falloit meſurer.

*Scholie. Si le ſegment du Cercle eſt ſeparé de ſon tout, & que l'on ne connoiſſe point le centre, il le faudra trouver, comme il a été enſeigné cy-devant au Traité des Problemes neceſſaires à la Geometrie.*

## PROPOSITION XXV.

*Comment ſe meſure la ſuperficie des Segmens ſeparez.*

IL arrive aſſez ſouvent qu'il faut meſurer les ſegmens d'un Cercle, duquel on ne connoît ny le diametre, ny le centre : & ainſi par les regles precedentes on ne peut pas meſurer la ſuperficie. Dans ce cas, il faudra trouver la quantité du diametre en nombres, comme il a été enſeigné au treiziéme Probleme. Et alors il ne ſera pas difficile, par ce qui a été dit auparavant de meſurer la ſuperficie d'un ſegment ſeparé de ſon Cercle.

*Exemple.*

J'Enſeigneray icy mot à mot l'ordre qu'il y faut tenir. Soit le ſegment de Cercle ACDA, qu'il faille meſurer. Premierement par la connoiſſance que l'on a de la corde AC, & de la fleche FD, on trouvera le reſte du diametre en nombres, ſans qu'il ſoit beſoin de meſure, comme il a été montré cy-devant. Et pour ce faire, ſup-

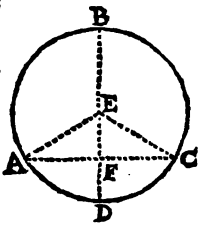
posons que la moitié de la corde soit de 2 toises 1 prime, son quarré sera 44′1″, qui étant divisé par la fléche D F, qui est 12′ donne pour quotient 36′, qui est le reste du diametre F B: c'est pourquoy tout le diametre du Cercle sera de 48′, & par consequent la moitié E A sera de 24′, qui étant multipliée par la moitié de l'arc ADC 25′, fait 6 pour la superficie du Secteur A E C D A, de laquelle si on en ôte le triangle A E C, qui vaut 25′, il restera 35′, qui signifient 3 toises 18 pieds pour la superficie du segment A C D A, qu'il falloit mesurer.

Le grand segment se mesure de la même façon, excepté que l'on ôte le triangle A E C du Secteur au petit segment: & qu'on ajoute le même triangle A E C au plus grand segment, pour avoir son aire.

### *Autrement & plus facilement par la Table suivante.*

SOit derechef le même segment de Cercle proposé à mesurer A C D A, premierement comme dessus, on trouvera en nombres tout le Diametre BD, qui

qui eſt de 48′, puis on reduira les parties de la fléche DF en centiémes, à cauſe que la Table ſuivante ſuppoſe le demy diametre de ſon Cercle diviſé en 100 parties,




en diſant ſi le demy diametre du Cercle qui a 24′ donne 100, que donnera ſa partie DF qui eſt 12′? le quatriéme proportionnel donnera 50. Qu'on cherche par aprés en la Table quelle eſt la valeur du ſegment qui a 50 de fléche, on trouvera qu'il contient 1′5″3‴5⁗, par lequel nombre ſi on multiplie le quarré du diametre 230′4″, il viendra 35′3″6‴6⁗4ᵛ0ᵛⁱ qui ſignifient 3 toiſes & 5′3″ (negligeant les autres parties) qui ſur le Reducteur de la toiſe donne 19 pieds ou environ; & ainſi le ſegment ACDA contient 3 toiſes & 19 pieds aſſez preciſément.

Si le ſegment propoſé excede le demy Cercle, il faudra meſurer le petit ſegment, qui ſera neceſſairement compris en la Table, lequel étant connu, comme il a été enſeigné cy-devant, il

n'y aura qu'à ôter ce petit ſegment de la ſuperficie du Cercle, & le reſte donnera ce qu'on cherche. Mais ſi le ſegment eſt un demy Cercle, cette Table le meſurera aiſément, dautant que le quarré de toutes ſortes de diametres, multiplié par le dernier nombre $3'\,9''\,2'''\,7''''$, donne la ſuperficie du demy Cercle.

# TABLE.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5′′′′ | 26 | 6′′′0′′′0′′′′ | 51 | 1′5′′7′′′9′′′′ | 76 | 2′7′′3′′′8′′′′ |
| 2 | 13 | 27 | 6 3 4 | 52 | 1 6 2 2 | 77 | 2 7 8 7 |
| 3 | 24 | 28 | 6 6 8 | 53 | 1 6 6 6 | 78 | 2 8 3 6 |
| 4 | 37 | 29 | 7 0 3 | 54 | 1 7 1 1 | 79 | 2 8 8 0 |
| 5 | 52 | 30 | 7 3 8 | 55 | 1 7 5 5 | 80 | 2 9 3 3 |
| 6 | 68 | 31 | 7 7 4 | 56 | 1 8 0 0 | 81 | 2 9 8 7 |
| 7 | 86 | 32 | 8 1 1 | 57 | 1 8 4 5 | 82 | 3 0 3 2 |
| 8 | 105 | 33 | 8 4 8 | 58 | 1 8 9 5 | 83 | 3 0 8 1 |
| 9 | 125 | 34 | 8 8 5 | 59 | 1 9 3 6 | 84 | 3 1 3 0 |
| 10 | 146 | 35 | 9 2 3 | 60 | 1 9 8 1 | 85 | 3 1 8 0 |
| 11 | 169 | 36 | 9 6 6 | 61 | 2 0 2 7 | 86 | 3 2 2 9 |
| 12 | 192 | 37 | 1 0 0 0 | 62 | 2 0 7 3 | 87 | 3 2 7 8 |
| 13 | 216 | 38 | 1 0 3 8 | 63 | 2 1 2 0 | 88 | 3 3 2 8 |
| 14 | 241 | 39 | 1 0 7 8 | 64 | 2 1 6 6 | 89 | 3 3 7 8 |
| 15 | 267 | 40 | 1 1 1 8 | 65 | 2 2 1 3 | 90 | 3 4 2 7 |
| 16 | 294 | 41 | 1 1 5 8 | 66 | 2 2 6 0 | 91 | 3 4 7 7 |
| 17 | 322 | 42 | 1 1 9 9 | 67 | 2 3 0 7 | 92 | 3 5 2 7 |
| 18 | 350 | 43 | 1 2 4 0 | 68 | 2 3 5 0 | 93 | 3 5 7 7 |
| 19 | 379 | 44 | 1 2 8 1 | 69 | 2 4 0 2 | 94 | 3 6 2 7 |
| 20 | 409 | 45 | 1 3 2 2 | 70 | 2 4 5 0 | 95 | 3 6 7 7 |
| 21 | 439 | 46 | 1 3 6 4 | 71 | 2 4 9 7 | 96 | 3 7 2 7 |
| 22 | 470 | 47 | 1 4 0 7 | 72 | 2 5 4 5 | 97 | 3 7 7 7 |
| 23 | 501 | 48 | 1 4 5 0 | 73 | 2 5 9 3 | 98 | 3 8 2 7 |
| 24 | 534 | 49 | 1 4 9 2 | 74 | 2 6 4 1 | 99 | 3 8 7 7 |
| 25 | 566 | 50 | 1 5 3 5 | 75 | 2 6 9 0 | 100 | 3 9 2 7 |

Cette Table monstre la ſuperficie de 100 ſegmens d'un demy Cercle, le diametre duquel contient 1 en quarré.

*Demonſtration.*

LA verité de l'operation ſe demontre par la 20. du 6. dautant que le petit quarré qui eſt 1, eſt au grand quarré, comme le petit ſegment, au plus grand qui luy eſt ſemblable.

*Scholie. Le Lecteur connoîtra avec quel ſoin je me ſuis étudié pour ôter les difficultez qui arrivent à la diviſion, en faiſant toutes les operations par la ſeule multiplication, & me ſçaura bon gré de luy avoir donné cette Table pour pouvoir meſurer facilement ce qui eſt de plus difficile en la Geometrie.*

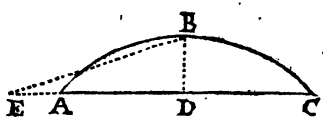
## PROPOSITION XXV.

*Autre methode pour meſurer la ſuperficie des ſegmens de Cercles ſeparez, où il n'eſt pas beſoin d'une ſi grande préciſion.*

NOus venons d'enſeigner la vraye methode de meſurer les ſegmens des Cercles ſeparez, quand la matiere ſera d'importance. Mais je ne croy pas que ceux qui meſurent les terres,

vueillent prendre tant de peine, que d'aller par regle d'Arithmetique chercher le centre du ſegment d'un cercle, ou le reſte du diametre par la connoiſſance d'une partie. Et quand ils la prendroient, je ſuis aſſeuré que le plus ſouvent ils y commettroient de l'erreur, à cauſe de la longue operation, outre qu'il arrive rarement que les lignes courbes, qui bornent les terres, ſoient des parties de circonference; & ainſi je me ſuis propoſé d'enſeigner icy une autre methode, par laquelle on pourra ſans une erreur ſenſible trouver le contenu des ſegmens de Cercles, qui terminent les ſuperficies planes, comme ſont les prez, les terres, les iſles, les étangs, &c.

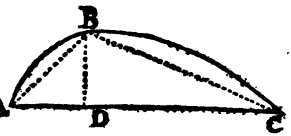
En premier lieu donc on conſiderera ſi le ſegment de Cercle eſt petit



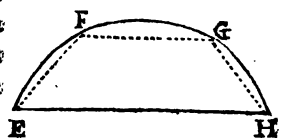

ou grand, s'il eſt petit ou approchant de la ligne droite, ce qui ſe peut voir par la raiſon que peut avoir la corde

à la fléche, en multipliant la fléche par la moitié de la corde, augmentée des deux tiers de la fléche, on aura le contenu d'un petit ſegment aſſez précis. Comme au ſegment A B C, auquel la moitié de la corde A D, eſt de 8, & la fléche D B de 6, en multipliant 6 par 8†4, c'eſt à dire par 12 on aura 72 pour la valeur du ſegment A B C D A qu'il falloit meſurer.

Mais ſi l'arc du ſegment a quelque convexité notable, comme eſt le ſegment A B C D, alors il faudra meſurer le triangle A B C, & luy ajouter les deux ſegmens A B, B C, qui ſe meſureront par la regle precedente.

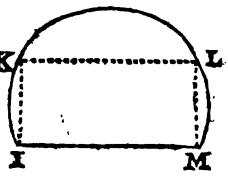



Et quand le ſegment ſera plus grand, ou approchant du demy Cercle, comme le ſegment E F G H, je ſuis d'avis que l'on y trace un trapeze, l'aire duquel étant trouvée il n'y aura plus qu'à y ajoûter

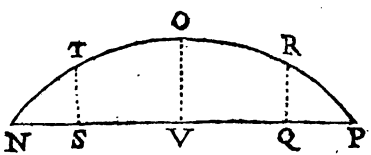


la valeur des trois petits ſegmens.

Et ſi le ſegment ſurpaſſe le demy Cercle comme le ſegment I K L M, alors on y pourra décrire quelquefois un parallelogramme rectangle, quelquefois un quarré, au contenu duquel il n'y aura plus qu'à y ajouter les trois ſegmens qui ſont autour.




Il reſte la methode ordinaire qui n'eſt pas à rejetter, qui eſt qu'en dreſſant pluſieurs lignes perpendiculaires ſur la corde, on diviſe le ſegment en




deux eſpaces, qui ont la forme de triangle, & en trapezes rectangles, que l'on meſure de même façon, comme ſi toutes ces figures étoient entierement compriſes de lignes droites, parce qu'ainſi faiſant, la convexité de l'arc eſt inſenſible, & ne porte pré-

judice que fort peu pour la meſure.

*Scholie. La multiplication de la fléche par la moitié de la corde, augmentée des deux tiers de la fléche, donne aſſez preciſément la valeur des ſegmens, pourveu qu'ils ne ſurpaſſent pas le demy Cercle: mais s'ils le ſurpaſſent, alors il faut ſe ſervir de la methode que j'ay cy-deſſus enſeignée, qui eſt en y décrivant un parallelogramme rectangle, & en meſurant le reſte par la regle cy-deſſus donnée.*

### *De la meſure de l'Ellipſe ou Ovale.*

L'Ellipſe ou l'Ovale eſt une figure plane, laquelle ſe fait quand un Plan couppe obliquement le Cylindre ou le Cone.

## PROPOSITION XXVII.

### *Les deux diametres d'une Ellipſe étant donnez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

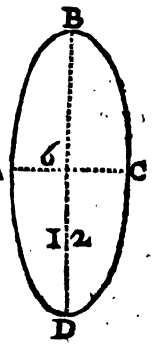
IL arrive ſi peu ſouvent qu'il faille meſurer la ſuperficie d'une Ellipſe ou Ovale, que la plûpart des Geometres

tres, n'en ont fait aucune mention. En voicy toutefois la regle.

*Regle.*

*Si l'aire du Cercle qui eſt autour du plus petit diametre de l'Ellipſe, eſt multiplié par le plus grand, le produit étant diviſé par le plus petit, donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*




Soit A B C D l'Ovale d'un parterre, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a des deux diametres A C, D B: pour ce faire, ſuppoſons que le plus petit diametre de l'Ovale AC, ſoit de 6 pieds, & le plus grand B D de 12. L'aire du Cercle qui a 6 pieds de diametre, ſera par la precedente de 283′, qui ſelon la regle, étant multiplié par 12, il vient 3396′, & ce produit étant diviſé par 6, donne pour quotient 566′, qui ſignifient 56 pieds & 6 primes, qui ſur l'inter-

valle des Plans du Reducteur du pied, montre 86 pouces ou environ; & ainſi la ſuperficie de l'Ovale A B C D, ſera de 56 pieds & 86 pouces aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

CEcy eſt demonſtré par Archimede en la 6. Propoſition des Conoïdes & des Spheroïdes.

*Scholie. On trouve la même ſuperficie en multipliant l'aire du Cercle, qui eſt autour du plus grand diametre, par le plus petit, & en diviſant le produit par le plus grand. On encore autrement, en prenant l'aire du Cercle, qui a pour diametre la moyenne proportionnelle entre les deux diametres de l'Ellipſe: mais la regle que j'ay donnée me ſemble la plus commode.* a

a On peut auſſi trouver l'aire d'une Ellipſe ſans qu'il ſoit beſoin de faire aucune diviſion; ſçavoir en multipliant enſemble les deux axes A C, B D, comme icy 6 par 12, pour avoir leur produit 72, qu'il faut comme dans le Cercle, toûjours multiplier par $7'8''5'''$, & ce ſecond produit $565^{p}2^{n}0'''$ fait connoître que l'aire de l'Ellipſe propoſée A B C D, eſt de 56 pieds quarrez, & d'environ 72 pouces quarrez aſſez exactement.

*De la meſure des figures curvilignes irregulieres.*

NOus paſſerons ce Chapitre fort legerement, tant à cauſe que l'on ne peut donner aucune regle certaine pour les meſurer, qu'à cauſe auſſi que leur Geometrie dépend des precedentes.

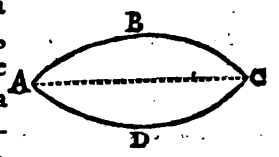
## PROPOSITION XXVIII.

*Comment ſe meſure la ſuperficie des figures curvilignes irregulieres.*

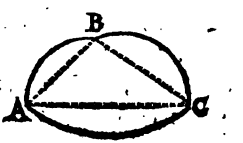
IL n'y a que le Cercle & l'Ellipſe, qui ſont des figures curvilignes regulieres, toutes les autres ont une telle irregularité, que l'on n'a pû trouver aucune methode pour en avoir le contenu, qu'en les reduiſant en ſegmens de Cercles, & en figures rectilignes. Comme s'il faut trouver la ſuperficie d'une piece de terre ou d'une iſle qui ſoit bornée de pluſieurs arcs, on conſiderera ſi ces arcs ſont parties de circonferences de Cercles ou non; & au premier cas on tirera des lignes

droites qui ſerviront de cordes, pour en aprés trouver le contenu de ces figures mixtilignes, comme ſi c'étoient des ſegmens de Cercles, comme vous allez voir aux exemples ſuivans.

*Exemple.*

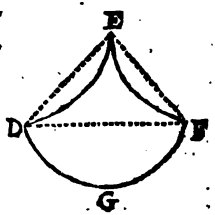



Soit propoſé la figure A B C D, qu'on appelle Lenticulaire, la ſuperficie de laquelle il faille meſurer : pour ce faire en tirant la corde A C, on la diviſera en deux ſegmens de Cercles, le contenu deſquels étant trouvé & ajoûté, on aura la ſurface de la figure Lenticulaire A B C D.




On meſurera de la même façon les figures bornées de pluſieurs arcs, ſçavoir en tirant quelques lignes droites, qui puiſſent reduire la figure irreguliere en quelques unes de celles qui ont precedé, comme en la figure curviligne ABC, ayant tiré trois lignes A B, B C, C A, elle

ſe reduit en trois ſegmens de Cercles, & en un triangle rectiligne.

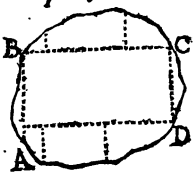



Et s'il ſe rencontre qu'il y ait des arcs entrans, comme en la figure D E F, on ne laiſſera pas de tirer des cordes, comme auparavant, pour reduire la figure en quelques-unes, qui puiſſent être méſurées, comme l'on void icy, où ayant trouvé la ſuperficie du ſegment D F G, & celle du triangle E D F, il n'y aura plus qu'à ſouſtraire la ſuperficie des deux petits ſegmens, pour avoir la connoiſſance de la figure curviligne irreguliere qu'il falloit meſurer.

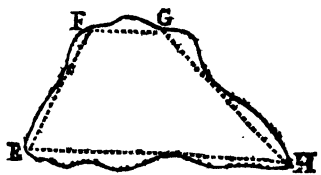
Que ſi les lignes courbes ne ſont pas des parties de circonferences, comme l'on experimente ſouvent à cauſe de la grande irregularité qui s'y rencontre, on les pourra meſurer en diverſes façons, mais pour abréger nous nous contenterons de trois.

La premiere eſt en reduiſant la figure curviligne en pluſieurs figures rectilignes, plantant des piquets ſi pro-

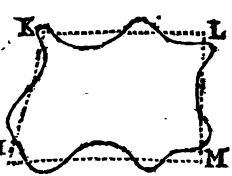
ches sur les extrémitez, que les arcs tant concaves que convexes approchent des lignes droites, comme l'on voit dans la figure A B C D.




La seconde sera, en traçant au milieu de la place le plus grand paralelogramme, trapeze ou polygone que l'on pourra, la superficie duquel étant connuë, il ne reste ordinairement que des segmens de Cercles que l'on mesurera, comme il a été montré cy-devant.




La troisiéme est celle que pratiquent ordinairement les Arpenteurs, en tirant des lignes droites en telle sorte au travers des lignes courbes, que s'ils retranchent quelque



partie de la figure, ils le recompenſent par une autre qui eſt dehors : en quoy l'on doit conſiderer diligemment ſi ce que l'on ôte eſt également recompenſé par ce que l'on ajoûte : ce qui paroît à la figure I K L M miſe à côté.

### *Des ſuperficies planes mixtilignes.*

CEs ſuperficies mixtilignes ſont regulieres ou irregulieres, les regulieres ſont la parabole, & l'eſpace ſpiral, qui ont leur regle particuliere, pour trouver le contenu de leur ſuperficie : mais les irregulieres, qui ſont en nombre infiny, ne l'ont point à cauſe de la grande varieté qui s'y trouve. Toutefois on ne laiſſe pas de les meſurer, comme il ſera enſeigné cy-aprés.

## PROPOSITION XXIX.

*Le triangle de la parabole étant donné, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

C'Eſt plus pour contenter le Geometre curieux que je mets icy cette Propoſition, que pour autre

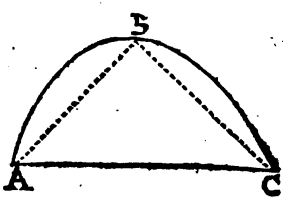
choſe : car rarement la ſuperficie de la parabole eſt propoſée pour meſurer, que ſi toutefois on deſire la ſçavoir, la regle en ſera tres-facile.

### *Regle.*

*Si l'aire du triangle de la parabole eſt augmentée du tiers, l'addition donnera la ſuperficie.*

### *Exemple.*

Soit la parabole A B C, du ſommet de laquelle B, ſi on en tire deux lignes droites B A, B C, à l'extrémité de la baſe A C, il ſe fait un triangle,




le contenu duquel s'il eſt augmenté ſelon la regle, du tiers, on aura la ſuperficie de la parabole A B C, qu'il falloit meſurer. Comme ſi le triangle A B C, étoit de 27 pieds, en y ajoûtant 9, qui eſt le tiers de 27, on auroit 36 pour la ſuperficie de la parabole.

*Demonſtration.*

VOyez Archimede à la 17. & 24. Propoſition de la quadrature de la parabole.

## PROPOSITION XXX.

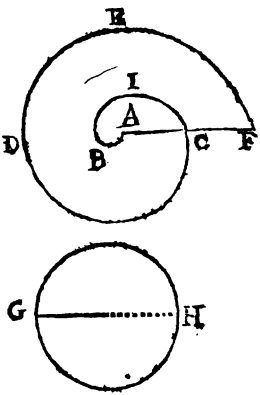
*La premiere ligne de l'eſpace ſpiral étant donnée, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

LEs Arpenteurs ordinaires ne ſçavent ny tracer ny meſurer cet eſpace, non plus que la figure precedente : c'eſt pourquoy je la paſſeray legerement, enſeignant ſeulement la regle.

*Regle.*

*Si de l'intervalle de la premiere ligne on décrit un Cercle, le tiers de ce Cercle ſera le premier eſpace, lequel étant connu, on juge aiſément du contenu des autres, dautant que le ſecond eſpace eſt ſextuple du premier, le troiſiéme dodecuple, le quatriéme le contient dix-huit fois, & ainſi conſecutivement.*

*Exemple.*




Soit le premier intervalle ou eſpace ſpiral ABIC, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir, par la connoiſſance que l'on a de la premiere ligne AC. Pour ce faire, ſuppoſons que la ligne AC, ſoit de 6 pieds, & de l'intervalle AC. ſoit décrit le Cercle GH, qui contient 113, dont la troiſiéme partie 376', eſt égale au premier eſpace ſpiral ABIC, le ſecond eſpace vaudra ſix fois le premier, & ainſi s'augmenteront les autres, comme il a été enſeigné en la regle.

*Demonſtration.*

VOyez la 27. Propoſition d'Archimede des Helices.

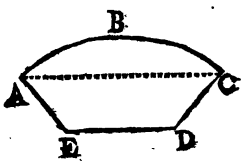
*Scholie. Quoy qu'il y ait diverſes*

*eſpeces de lignes ſpirales, on ſera averty que la Propoſition icy miſe, meſure ſeulement celle que décrit Archimede.*

## PROPOSITION XXXI.

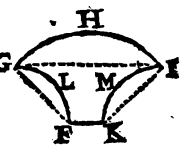
*Comment ſe meſure la ſuperficie des figures mixtilignes irregulieres.*

TOutes les autres figures que les deux precedentes bornées de lignes droites & courbes, ne ſe meſurent qu'en les reduiſant en ſegmens de Cercles, & en figures rectilignes. Ainſi il ſeroit inutile d'en traiter plus amplement. Je propoſeray ſeulement la meſure de deux figures pour exemple, par leſquelles on pourra juger comme l'on doit ſe comporter aux autres. Premierement donc ſi la figure ABCDE, eſt propoſée pour être meſurée, il n'y aura qu'à tirer la ligne AC, qui la diviſera en un trapeze ACDE, & en un ſegment ABCA, le contenu deſquelles figures étant trouvé & ajoûté, donne la

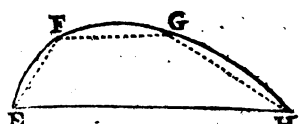


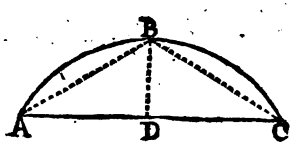
ſuperficie de la figure mixtiligne irreguliere.

Secondement s'il faut meſurer la figure F G H I K, ayant tirées trois cordes F G, G I, I K, ſous les lignes courbes, on reduira la figure en un trapeze & un ſegment, la meſure deſquels étant trouvée, & ajoûtée, il faudra en ôter les deux ſegmens F G L, & K M I, pour avoir la ſuperficie requiſe.




Que ſi les lignes courbes ſont irregulieres, ſans être parties de circon-

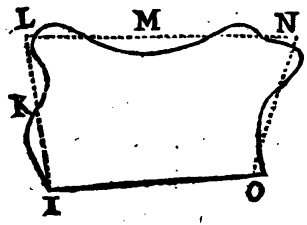



ferences de Cercles, ce qui arrive le plus ſouvent, comme dans les figures

ABC & EFGH, alors on y tracera le plus grand triangle ou trapeze ou trapezoïde qu'on pourra, le contenu duquel étant trouvé on y ajoûtera la valeur des petites figures mixtes qui y ſont, & ſe meſureront comme de petits ſegmens, ce qui ſe voit clairemen tdans ces deux figures.

Enfin s'il y a des lignes courbes concaves & convexes, comme en la figure IKLMNO, il faudra tirer des lignes au travers, en telle ſorte que ſi




quelque ligne retranche quelque eſpace de la place d'un côté, elle le puiſſe recompenſer de l'autre bout. Ce qui dépendra du jugement & de la prudence du Geometre, & alors au lieu d'une figure mixtiligne, on en aura une rectiligne, la meſure de laquelle ſe trouve par les Propoſitions precedentes.

*Des ſuperficies courbes, c'eſt à dire concaves ou convexes.*

CEtte partie n'eſt pas à mépriſer, encore que rarement on la mette en pratique. Son uſage principal ſe trouve à la meſure des ſuperficies ſphériques, coniques, cylindriques & autres corps concaves ou convexes.

## PROPOSITION XXXII.

*Le circuit d'un Cylindre droit, & la hauteur étant donnez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

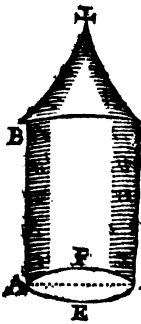
ON entend icy pour Cylindres ou Colomnes ceux qui ſont d'égale épaiſſeur par tout, & non pas ceux que font quelquefois les Maçons & les Charpentiers, qui ont un ventre, & que l'on doit plûtôt appeller Cones tronquez, que Cylindres ou Colomnes. Ceux deſquels nous parlons icy ſont meſurez par cette regle.

*Regle.*

*Si le circuit du Cylindre eſt multi-*

*plié par la hauteur, le produit donnera la ſuperficie Cylindrique.*

*Exemple.*




Soit le Cylindre ABCD, une tour ronde, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a du circuit de la baſe AFDEA, & de la hauteur AB. Pour ce faire, ſuppoſons que le circuit AFDEA ſoit de 18 toiſes 8 primes, & la hauteur AB de 8 toiſes 2 primes, ſelon la regle je multiplie 188′ par 82′, il vient 15416″, qui ſignifient 154 toiſes, & 1′6″, qui ſur l'intervalle des Plans du Reducteur de la toiſe, montrent 5 pieds 2 tiers ou environ. Et ainſi la ſuperficie de la tour eſt de 154 toiſes & 5 pieds deux tiers aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

DAutant que la ſuperficie convexe ou concave d'une colomne ou

cylindre, n'eſt autre choſe qu'un parallelogramme plié autour du corps cylindrique. Multiplier le circuit d'une colomne par la hauteur, eſt comme ſi on multiplioit les deux côtez d'un parallelogramme rectangle l'un par l'autre, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Archimede enſeigne une autre maniere de meſurer la ſuperficie convexe du Cylindre, quand il dit en la treiziéme Propoſition du premier livre de la Sphere & du Cylindre, que la moyenne proportionnelle qui eſt entre le côté du Cylindre & le diametre de la baſe, eſt le rayon du Cercle, qui a ſon aire égale à la convexité du Cylyndre.* a

a Si au lieu de connoître le circuit du Cylindre, on connoît le diametre de ſa baſe, lequel nous ſuppoſerons de 5 toiſes 7 primes, on pourra trouver la ſuperficie de ce Cylindre, en multipliant le diametre 57′ par la hauteur 82ᵗ, & le produit 467′4″ toujours par 31′4″, & ce ſecond produit 1467′6″ 3‴6⁗, donnera 146 toiſes quarrées, & environ 27 pieds quarrez pour la ſuperficie Cylindrique A B C D.

PROPOSITION

## PROPOSITION XXXIII.

*Le côté d'un Cone droit & le circuit de la baſe étant donnez, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

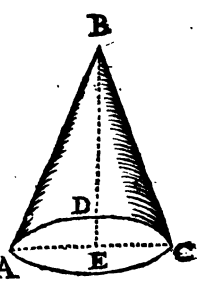
DAutant que cette ſuperficie conique eſt égale au ſecteur du Cercle, qui a pour demy diametre le côté d'un cone à prendre du ſommet juſques à la baſe, la regle ſera telle.

*Regle.*

*Si la moitié du circuit de la baſe du Cone droit eſt multiplié par le côté, le produit donnera la ſuperficie Conique.*

*Exemple.*

Soit le Cone droit ABC, un Clocher couvert d'ardoiſe, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de la baſe ADCEA, & du côté AB. Pour ce faire, ſuppoſons que le côté du Cone




S

A B, ſoit de 60 pieds, & le circuit de la baſe A D C E A de 100, ſa moitié ſera 50, qui ſelon la regle, étant multipliée par le côté A B 60, le produit donne 3000, & d'autant de pieds eſt la ſuperficie Conique du Clocher A B C qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

DAutant que la ſuperficie convexe d'un Cone droit n'eſt autre choſe qu'un ſecteur de Cercle plié autour du Cone: multiplier la moitié du circuit de la baſe par le côté du Cone, eſt comme ſi on multiplioit la moitié de l'arc ou circuit du ſecteur par le diametre, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Archimede enſeigne une autre maniere de meſurer la ſuperficie convexe du Cone, quand il dit en la quatorziéme Propoſition du premier Livre de la Sphere & du Cylindre, que la moyenne proportionnelle qui eſt entre le côté du Cone droit, & le demy diametre de la baſe, eſt le rayon du Cercle, qui a ſon aire égale à la convexité du Cone.* a

a Quand au lieu du circuit, on connoîtra le diametre de la baſe du Cone, on trouvera

au moyen de ce diametre, & du côté du Cone, la ſurface de ce Cone, en multipliant enſemble ces dèux lignes, & en multipliant le produit toujours par 15'7".

Comme ſi le côté A B du Cone eſt de 60 pieds, & le diametre A C de ſa baſe de 10 pieds, en multipliant 60 par 10, on a 600, qui étant multiplié par 15'7", il vient 9420'0", c'eſt à dire 942 pieds quarrez pour la ſuperficie du Cone propoſé A B C.

## PROPOSITION XXXIV.

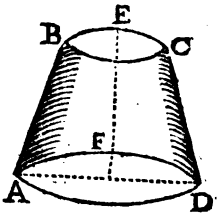
*Le côté d'un Cone droit tronqué étant donné avec les deux diametres des baſes, trouver ce que contient ſa ſuperficie Conique.*

SI un Cone droit eſt couppé par un Plan qui ſoit parallele à la baſe, il ſe fera un corps que l'on appelle Cone tronqué, la ſuperficie Conique duquel ſe meſure par cette regle.

*Regle.*

*Si on prend la moyenne proportionnelle entre le côté d'un Cone tronqué, & la ligne droite qui eſt compoſée des deux demy diametres des baſes, elle ſera le rayon d'un Cercle, la ſuperficie duquel ſera égale à la ſuperficie Conique.*

*Exemple.*




Soit le Cone tronqué A B C D un Clocher couvert de plomb, la ſuperficie duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a du côté A B, & des deux diametres des baſes A D, B C: pour ce faire, ſuppoſons que le côté du Cone droit tronqué A B, ſoit de 12 toiſes, & les diametres A D, B C, de 4 & 2, ſelon la regle je prens 6, qui eſt la moyenne proportionnelle entre 12, qui eſt le côté du Cone, & 3 qui eſt la ſomme des deux demy diametres, & ce nombre 6 eſt le rayon du Cercle, la ſuperficie duquel eſt égale à la ſuperficie Conique qu'on cherche. Si donc on prend le double de 6, on aura 12, & que l'on cherche la ſuperficie du Cercle qui a 12 de diametre, on trouvera 113 1′ qui ſignifient 113 toiſes, & 1′, qui ſur l'intervalle des Plans du Reducteur de la toiſe montre 3 pieds ou environ, ainſi la convexité Conique du Clocher con-

tient 113 toiſes & 3 pieds aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

VOyez la Propoſition 16. du premier Livre d'Archimede de la Sphere & du Cylindre.

*Scholie. Craignant que l'invention de la moyenne proportionnelle entre deux nombres ne mette quelqu'un en peine, j'avertiray que pour la trouver il n'y a qu'à multiplier les deux nombres l'un par l'autre, & du produit tirer la racine quarrée. Ainſi ſi on multiplie* 12. *par* 3, *il vient* 36, *dont la racine quarrée eſt* 6 *preciſément.*

Que ſi le produit des deux nombres n'eſt pas quarré, il y faudra ajouter quatre zeros, & tirer la racine de ce nombre augmenté juſques au nombre des quartes, afin d'éviter les fractions. *a*

*a* On peut trouver autrement, & beaucoup plus facilément & plus exactement la ſurface du Cone tronqué A B C D, ſçavoir en multipliant la ſomme des deux diametres A D, B C, par le côté A B, & en multipliant le produit toujours par 15'7".

Comme icy ayant supposé le diametre AD de 4 pieds, le diametre BC de 2, & le côté AB de 12 : en multipliant la somme 6 des deux diametres par le côté 12, & en multipliant le produit 72 par 15′7″, on a 1130′4″, c'eſt à dire 113 pieds quarrez & environ 5 pouces quarrez pour la ſuperficie qu'on cherche.

Si au lieu des diametres AD, BC, on meſure les circonferences, on aura encore plus facilement la ſurface du Cone tronqué ABCD, parce qu'il n'y aura qu'à multiplier la moitié de leur ſomme par le côté AB, ou la ſomme entiere par la moitié du côté AB.

Comme ſi le côté AB eſt de 12 pieds, la circonference AFD de 12 pieds 5 primes, 6 ſecondes, & la circonference BED de 6 pieds, 2 primes, 8 ſecondes ; la ſomme de ces deux circonferences eſt 188′4″, dont la moitié 94′2″ étant multipliée par le côté 12, on aura 113 pieds quarrez, & environ 5 pouces quarrez pour l'aire qu'on cherche.

## PROPOSITION XXXV.

*L'Axe d'une Sphere étant donné, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

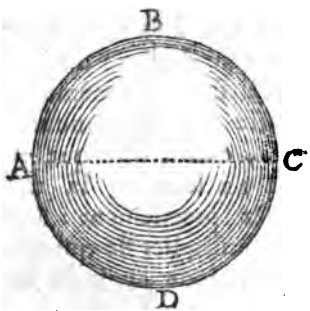
J'Abregeray icy le calcul ordinaire, comme j'ay fait à la meſure du Cercle par la regle ſuivante.

*Regle.*

*Si le quarré de l'axe de la Sphere, eſt multiplié par 3 1′4″ le produit donnera la ſuperficie Spherique.*

*Exemple.*

Soit la Sphere A B C D, une boule, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir, par la connoiſſance que l'on a de l'axe A C : pour ce faire, ſuppo-




ſons que l'axe A C, ſoit de 4 pieds 8 primes, ſon quarré ſera 23 0′4″, qui ſelon la regle étant multiplié par 3 1′4″, donne 723′4″5‴6⁗, qui ſignifient 72 pieds & 3′ 4″ (les autres nombres étant de nulle conſideration) qui ſur l'intervalle des Plans du

Reducteur du pied, montre 49 pouces ou environ : ainſi la ſuperficie Spherique eſt de 72 pieds & 49 pouces aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

DAutant qu'Archimede a demontré en la trentiéme Propoſition du premier livre de la Sphere & du Cylindre, que le rectangle qui eſt fait du diametre & de la circonference du Cercle, eſt égal à la ſuperficie Spherique, le quarré de l'axe du diametre & le rectangle étant de même hauteur, ſeront entre eux en même raiſon que leurs baſes, c'eſt à dire que 7 à 22 : mais 7 à 22 ſont en la raiſon de 31′4″ aſſez preciſément : ainſi il n'y aura qu'à multiplier le quarré de l'axe par 31′4″, pour avoir la ſuperficie Spherique, ce qu'il falloit demontrer.

PROPOSITION

## PROPOSITION XXXVI.

*La Circonference du plus grand Cercle d'une Sphere étant donnée, trouver ce que contient ſa ſuperficie Spherique.*

VOicy la ſeconde methode que l'on peut pratiquer quand on ne peut pas commodément meſurer l'axe d'une Sphere.

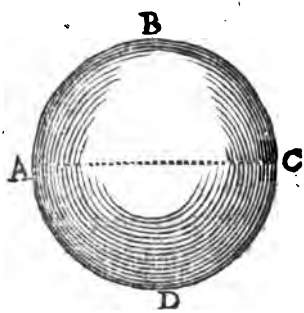
*Regle.*

*Si le quarré de la Circonference du plus grand Cercle de la Sphere, eſt multiplié par* $3'1''8'''$, *le produit donnera la ſuperficie Spherique.*

*Exemple.*

Soit derechef la Sphere A B C D, une boule, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a du plus grand Cercle A B C D: pour ce faire, ſuppoſons que la Circonference du plus grand Cercle ſoit de 15 pieds, ſon quarré ſera 225, qui ſelon la regle étant multiplié par $3'1''8'''$ il vient $715'5''$, qui ſignifient 71 pieds

& 5′5″, qui ſut l'intervalle des Plans du Reducteur du pied, montre 79




pouces ou environ : ainſi la ſuperficie Spherique contient 71 pieds & 79 pouces aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

DAutant que le rectangle qui eſt fait du diametre & de la circonference, eſt égal à la ſuperficie Spherique, le quarré de la circonference & le rectangle étant de même hauteur, ſeront entre eux en même raiſon que leurs baſes, c'eſt à dire que 22 à 7 : mais 22 à 7, ſont en la raiſon de 3′1″8‴ aſſez preciſément : c'eſt pourquoy il n'y aura qu'à multiplier le

quarré de la circonference par $3'1''8'''$ pour avoir la ſuperficie Spherique.

## PROPOSITION XXXVII.

*La Circonference du plus grand Cercle d'une Sphere étant donnée avec le diametre, trouver ce que contient ſa ſuperficie.*

CEtte Propoſition ſemble être la plus facile pour trouver la ſuperficie Spherique, ſelon le jugement de quelques-uns. Mais ſi on la conſidere, on connoîtra qu'elle eſt plus embaraſſée, dautant qu'elle oblige à la connoiſſance de deux grandeurs, au lieu que les deux precedentes ſe contentent d'une ſeule: ceux qui la voudront pratiquer ſe ſerviront de cette regle.

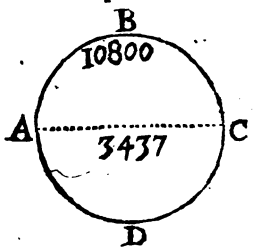
*Regle.*

*Si la Circonference du plus grand Cercle d'une Sphere eſt multiplié par le diametre, le produit donnera la ſuperficie Spherique.*

*Exemple.*

Soit la Sphere A B C D, le globe

de la terre, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de ſon contour A B C D, & du diametre AC: pour




ce faire, ſuppoſons que le circuit de la terre ſoit de 10800 lieuës Françoiſes, & le diametre AC de 3437, ſelon la regle, je multiplie 10800 par 3437, il vient 37119600, & d'autant de lieuës quarrées eſt la ſuperficie Spherique de la terre qu'il falloit meſurer.

### *Demonſtration.*

ARchimede a demontré cecy en la trentiéme Propoſition du premier Livre de la Sphere & du Cylindre. *a*

*a* On trouve ordinairement le circuit d'une Sphere, quand elle n'eſt pas trop grande, par le moyen de ſon diametre, qu'il eſt aiſé de meſurer au moyen d'un Compas ſpherique, comme nous avons déja dit ailleurs. Mais pour la Terre, on en trouve le dia-

mettre par le moyen de ſa circonference, que l'on connoît aiſément, ſçavoir en multipliant par 360 la valeur d'un degré de cette circonference, lequel on connoît aiſément par la difference des latitudes de deux lieux de la Terre ſituez ſous un même Meridien, & en meſurant le nombre des lieuës, qui répondent à cette difference, c'eſt à dire la diſtance de ces deux lieux de la Terre.

C'eſt ainſi que Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences ont trouvé qu'un degré de la circonferenee de la Terre eſt de 57060 toiſes, & que par conſequent la circonference de la Terre eſt de 20541600 toiſes, & le diametre de 6538594. Voyez le Traité du Nivellement par Monſieur Picard.

## PROPOSITION XXXVIII.

*La ſuperficie du plus grand Cercle d'une Sphere, étant donnée, trouver ce que contient ſa ſuperficie ſpherique.*

VOicy une Propoſition que j'ajoute plûtôt pour contenter les curieux, que pour raiſon aucune qu'il y ait d'avoir icy ſa place.

*Regle.*

*Si la ſuperficie du plus grand Cercle de la Sphere, eſt multipliée par 4, le produit donnera la ſuperficie ſpherique.*

*Exemple.*

Suppoſons que la ſuperficie du plus grand Cercle A B C D ſoit de 18 toiſes, ſelon la regle, je multiplie 18 par 4, il vient 72, & d'autant de toiſes eſt la ſuperficie ſpherique qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

VOyez Archimede en la trente-uniéme Propoſition du premier Livre de la Sphere & du Cylindre.

*De la meſure de la ſuperficie convexe des parties de la Sphere.*

CEluy qui ſçait meſurer la ſuperficie ſpherique, ne ſçait pas pour cela la meſure de toutes les parties de la Sphere: c'eſt pourquoy j'ay crû qu'il étoit utile d'ajouter encore les Propoſitions ſuivantes.

## PROPOSITION XXXIX.

*Comment ſe meſure la ſuperficie convexe de l'Hemiſphere.*

QUi connoît la ſuperficie entiere, connoît ſans difficulté la ſuperficie de la moitié, il y a toutefois quelques regles qui ſont particulieres pour cet effet.

*Regle.*

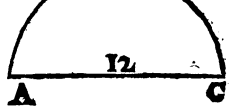
*Si la moitié de la circonferente du plus grand Cercle eſt multipliée par le diamétre, le produit donnera la ſuperficie de l'Hemiſphere.*

Ou

*Si l'aire du plus grand Cercle de la Sphere eſt multiplié par 2, le produit donnera la même ſuperficie.*

*Exemple.*

Soit l'Hemiſphere A B C, une demie boule, la ſuperficie convexe de laquelle on deſire ſçavoir, par la



connoiſſance qne l'on a de la moitié de la plus grande circonference ABC, & de l'axe ou diametre A C: pour ce faire, ſuppoſons que le diametre A C ſoit de 12 pieds, & la circonference du plus grand Cercle de 377′: la moitié ſera 188′5″, qui ſelon la regle étant multipliée par le diametre 12, donne 2262′0″, qui ſignifient 226 pieds, & 2′0″, qui ſur l'intervalle des Plans du Reducteur du pied, montre 29 pouces ou environ : ainſi la ſuperficie convexe de l'Hemiſphere ſera de 226 pieds & 29 pouces aſſez preciſément.

Et par l'autre regle la même ſuperficie ſe trouvera : car ſi on multiplie l'aire du plus grand Cercle qui a 12 pieds de diametre, ſçavoir 1131′ par 2, on aura derechef 2262′, qui valent 226 pieds & 29 pouces, comme auparavant.

### *Demonſtration.*

CEcy eſt manifeſte par les demonſtrations de l'entiere ſuperficie Spherique qui ont precedé.

*Scholie. La ſuperficie concave de la*

*Sphere & de l'Hemiſphere ne ſe meſure pas autrement.* a

## PROPOSITION XL.

*Comment ſe meſure la Superficie ſpherique d'un ſegment de Sphere coupée par un Plan.*

L'Hemiſphere ou demie boule eſt un ſegment de Sphere coupée par un Plan qui paſſe par le centre, que s'il paſſe par un autre endroit, il la coupe en deux parties inégales, la convexité ou concavité deſquelles, ſe meſure par ces regles.

*Regle.*

*Si on décrit un Cercle de l'intervalle de la ligne qui part du ſommet du ſegment à la circonference qui termine*

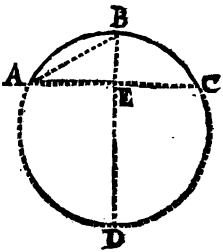
a On peut ajouter à ces deux methodes une troiſiéme methode plus ſimple & plus facile que les deux precedentes pour trouver la ſurface d'un Hemiſphere : ſçavoir en multipliant le quarré du diametre toujours par 15′7″. Comme dans cet exemple 144 par 15′7″ pour avoir 2260′8″, c'eſt à dire 226 pieds & environ 11 pouces pour la ſuperficie qu'on cherche.

*le Plan, ce Cercle ſera égal à la ſuperficie ſpherique du ſegment.*

Ou

*Si la circonference du plus grand Cercle de la Sphere eſt multipliée par la partie de l'axe que contient le ſegment, le produit donnera la même ſuperficie.*

*Exemple.*




Soit le ſegment d'une Sphere A B C E A, la ſuperficie convexe duquel on deſire ſçavoir: pour ce faire, il faut ſçavoir la grandeur de la ligne B A, qui ne peut pas être meſurée à cauſe de la ſolidité du corps, laquelle toutefois ſe trouve ainſi. Premierement ayant trouvé les deux lignes A E, & E B, on ajoutera enſemble leurs quarrez, & on tirera la Racine quarrée de la ſomme, pour avoir la grandeur de la ligne A B, laquelle étant connuë, on prendra le double pour le diametre du Cercle, l'aire duquel ſera égale à la ſuperficie convexe du ſegment A B C E A par la 36. &

37. Propoſition du Livre d'Archimede de la Sphere & du Cylindre : comme ſi la ligne AB vaut 6′, le double ſera 12′ pour diametre, l'aire duquel ſera 11′3″1‴ pour la ſuperficie ſpherique du ſegment ABCA, qu'il falloit meſurer.

Et par la ſeconde regle, parce qu'elle ſuppoſe que l'on connoît la circonference du plus grand Cercle de la Sphere pour trouver derechef la ſuperficie ſpherique dudit ſegment, je repeteray ce que j'ay dit cy-devant touchant l'ordre avec lequel on y doit proceder. Premierement ſi on diviſe le quarré de la ligne AE par EB, le quotient donnera le reſte du diametre ED, & ainſi le diametre BD ſera connu, & par conſequent la circonference le ſera auſſi, par l'onziéme Probleme, laquelle étant multipliée par la partie de l'axe EB, donnera la ſuperficie convexe du petit ſegment ABCA. Et ſi on la multiplie par la partie de l'axe ED, on aura la ſuperficie convexe du plus grand ſegment ADCA, par la 36. Propoſition du premier Livre d'Archimede, de la Sphere & du Cylindre : comme ſi la circonference

A B C D A eſt de 3 7′ 7″, & E B de 3′ en multipliant 37′ 7″ par 3′, on aura 11′ 3″ 1‴, comme auparavant. *a*

*a* Ces deux methodes ſont trop longues, parce qu'elles ſuppoſent trop de choſes connuës, ce qui empêche d'avoir un calcul exact, quand on neglige les fractions. C'eſt pourquoy nous en ajouterons icy une troiſiéme, qui étant plus courte, eſt auſſi plus exacte.

Ayant meſuré au moyen d'un Compas ſpherique la corde A B, multipliez ſon quarré toujours par 31′ 4″, & le produit donnera aſſez exactement la ſuperficie du ſegment propoſé A B C E A.

Ainſi comme nous avons icy ſuppoſé la corde A B de 6 primes, ſi l'on multiplie ſon quarré 3′ 6″ par 31′ 4″, on aura 11′ 3″ 0‴ 4⁗ pour la ſuperficie qu'on cherche.

Quand on voudra appliquer cette methode pour meſurer ſur la Terre une des deux Zones froides, où l'arc A B eſt de 23 degrez & demy, le point B repreſentant le Pole de la Terre; il faudra trouver par le moyen du diametre B D de la Terre qui eſt connu, la corde A B, par cette analogie.

*Comme le Sinus total,*
*Au diametre B D;*
*Ainſi le Sinus de la moitié de l'arc A B,*
*A la corde A B.*

## PROPOSITION XLI.

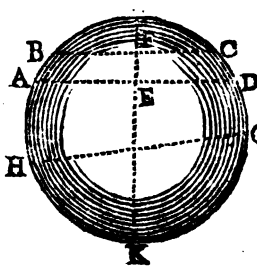
*Comment ſe meſure la ſuperficie ſpherique d'une Zone.*

LA Zone eſt d'une largeur égale ou inégale : celle qui eſt d'égale largeur, ſe meſure par cette regle.

*Regle.*

*Si la circonference du plus grand Cercle de la Sphere eſt multipliée par la partie de l'axe, qui eſt en la Zone, le produit en donnera la ſuperficie.*

*Exemple.*




Soit la Zone ABCD, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de la circonference du plus grand Cercle de la Sphere, & de la partie de l'axe FE : pour ce faire ſuppoſons que cette circon-

conference ſoit de 37 pieds 7′, & la partie de l'axe FE de 1 pied 5 primes, ſelon la regle on multipliera 377′ par 15′, & l'on aura 565′5″ pour la ſuperficie de la Zone, qui ſignifient 56 pieds & 79 pouces ou environ. Que ſi la Zone étoit d'une largeur inégale, comme eſt A D G H, alors il faudroit premierement trouver la ſuperficie convexe du ſegment A H K G D A, & en ôter la ſection H K G H, & il reſteroit la ſuperficie de la Zone qui eſt de largeur inégale.

*Demonſtration.*

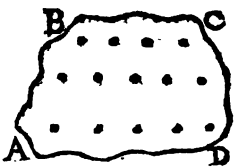
LA demonſtration de tout cecy dépend de la 40. & 41. Propoſition d'Archimede, & de la 3. du premier Livre de la Sphere, & du Cylindre.

## PROPOSITION XLII.

*Comment ſe meſure la ſuperficie des figures courbes irregulieres.*

IL y a une ſi grande diverſité aux ſuperficies courbes irregulieres, que l'on ne peut y aſſigner aucune regle.

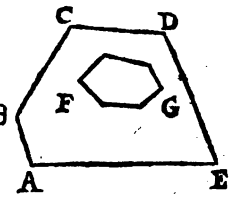
Et pour cette cauſe on n'y va qu'âtâtons, comme l'on dit, & à peu prés. Voicy donc comme on ſe comporte à la meſure de la convexité & de la concavité des terres, comme aux montagnes & vallées. Soit une motte de terre en ovale ABCD, la ſuperficie de laquelle on deſire ſçavoir: pour ce faire on plantera




des piquets diſpoſez en quarrez ou en rectangles, diſtans les uns des autres à raiſon de la concavité ou convexité, c'eſt à dire ſi elle eſt fort éloignée de la ſuperficie plane, on les plantera prés à prés, & ſi elle l'eſt moins, avec plus de diſtance: & ainſi on reduira tout l'eſpace convexe ou concave en quarrez ou en rectangles, la ſuperficie deſquels étant connuë, on y ajoutera les triangles ou trapezes, ou autres figures qui ſe trouveront aux extrémitez, pour avoir l'entiere ſuperficie courbe, qui ſera toutefois un peu plus grande à cauſe de la concavité ou convexité de la ſuperficie.

## *Appendix des ſuperficies tronquées.*

QUoy que par le jugement naturel le Geometre puiſſe s'aquiter de ſa charge, quand il faut qu'il meſure des ſuperficies tronquées, taht planes que courbes, je ne laiſſeray pourtant pas d'en dire quelque mot, pour avertir comment il s'y doit comporter : Soit par exemple propoſé à meſurer la figure ABCDE : pour ſçavoir combien elle contient de terres labourables, au dedans de laquelle il y a la mare F G, ou quelque bâtiment ou bois : pour ce faire, il faudra chercher le contenu entier de toute la piece, & du tout en ôter la ſuperficie de la mare ou bâtiment.




## *Des Couronnes rectilignes.*

J'Appelle icy une Couronne rectiligne, une ſuperficie plane, de laquelle on en a ôté du milieu une autre

tre qui a les côtez paralleles, & qui par conſequent a une largeur égale par tout, la meſure de laquelle vient en pratique en la Geometrie des ſolides, comme il ſe verra cy-aprés.

## PROPOSITION XLIII.

### *Comment ſe meſurent les Couronnes rectilignes.*

IL eſt certain que les Couronnes rectilignes ſont des ſuperficies tronquées, & que ſi ayant connu la ſuperficie entiere, on en ôte ce qui eſt vuide, le reſte donnera le contenu de la Couronne. Ou bien plus promptement elles ſeront meſurées par cette regle à cauſe qu'elles ont ſemblable largeur.

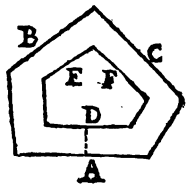
*Regle.*

*Si la moitié de la ſomme des deux circuits de la Couronne interieure & exterieure, eſt multipliée par la largeur, le produit donnera la ſuperficie.*

*Exemple*

Soit la Couronne rectiligne ABCDEF,

la ſuperficie de laquelle on veut ſçavoir : pour ce faire, ſuppoſons que la largeur de la Couronne A D ſoit de 5 pieds 2 primes, & les deux circuits




grand & petit de 60 & 30 pieds, la ſomme ſera 90, la moitié 45, qui ſelon la regle, étant multipliée par A D qui vaut 52', fait 234, qui ſont 234 pieds juſtement, pour la ſuperficie de la Couronne rectiligne qu'il falloit meſurer.

## PROPOSITION XLIV.

### *Comment ſont meſurées les Couronnes curvilignes.*

CEtte Propoſition eſt tres-utile à la Geometrie des Solides, comme il ſe verra aux Chapitres des Colomnes : c'eſt pourquoy j'enſeigneray la vraye methode de les meſurer.

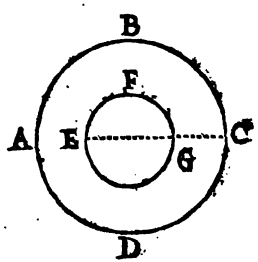
Soit la Couronne A B C D, E F G, la ſuperficie de laquelle il faut trouver. Selon la regle generalle, ſi du grand Cercle on en ôte le petit, le reſte don-

nera la ſuperficie de la Couronne. Mais parce que le calcul eſt long, & qu'il oblige à connoître la ſuperficie des deux Cercles, je ſuis d'avis que pour abreger, on ſe ſerve de cette regle.

*Regle.*

*Si la Circonference du Cercle qui a pour diametre le petit diametre augmenté de la largeur de la Couronne, eſt multipliée par la largeur, le produit donnera la ſuperficie de la Couronne.*

*Exemple.*




Suppoſons que le diametre du grand Cercle ſoit de 8 pieds, le petit de 4 pieds, la ligne EC qui eſt compoſée du petit diametre & de la largeur, ſera de 6, la circonference 18$8^{p}5^{m}$, qui multipliée par la largeur GC, donne 377$^{p}$0$^{m}$, c'eſt à dire 37 pieds quarrez, & environ 100 pouces quarrez.

*Autrement.*

Si on multiplie la moitié de la ſomme des deux circonferences par la largeur, le produit donnera la ſuperficie de la Couronne.

Suppoſons que la plus grande circonference ſoit de 251$^t$, & la plus petite de 125$^t$, à cauſe des diametres de l'exemple precedent, la ſomme ſera 376$^t$, la moitié 188$^t$; qui étant multipliée par la largeur 2, fait à peu prés 376$^t$ pour la ſuperficie de la Couronne, comme auparavant.

*Autrement & plus facilement.*

MAis parce que le circuit des Cercles eſt aſſez difficile à meſurer, voicy la regle qui trouvera la même ſuperficie par la connoiſſance des ſeuls diametres.

*Regle.*

*Si au moindre diametre on ajoute la largeur de la Couronne, & qu'on multiplie la ſomme par la même largeur, le triple du produit avec ſa ſeptiéme partie, ſera la ſuperficie de la Couronne.*

*Exemple.*

Suppoſons comme auparavant, que le petit diametre ſoit 4, & ſa largeur 2, la ſomme ſera 6, qui étant multipliée par la même largeur 2, fait 12, au triple duquel 36, ajoutant la ſeptiéme partie $1\frac{5}{7}$, fait $37\frac{5}{7}$, c'eſt à dire 37 pieds, & 103 pouces aſſez preciſément. *a*

*a* La maniere la plus courte & la plus facile que l'on puiſſe imaginer, pour trouver tres-exactement la ſuperficie d'une Couronne, eſt de multiplier la difference des quarrez des deux diametres, comme icy 48. toujours par $7'8''5'''$, car le produit $37'6'8''$, c'eſt à dire 37 pieds quarrez & 96 pouces quarrez, ſera la ſuperficie qu'on cherche.

*Fin du Troiſiéme Livre.*

# LA GEOMETRIE PRATIQUE, LIVRE QUATRIE'ME.

*Où il eſt traité de la meſure des Corps adjacens.*

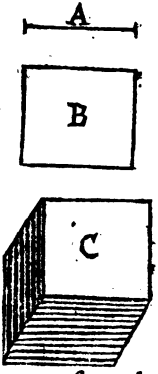
POUR ne faire aucune confuſion en cette Geometrie des Solides, qui eſt beaucoup plus difficile que les precedentes. Je traiteray premierement des Corps qui ſeront bornez de ſuperficies planes; puis de ceux qui ont des ſuperficies courbes en leurs extrémitez, & enfin de ceux qui ſeront terminez de ſuperficies planes & courbes, afin que chacun puiſſe en la neceſſité re-

courir au Chapitre dont il aura beſoin pour ſçavoir la methode de meſurer quelque Corps qui ſe preſentera, ſi paravanture on a oublié la regle, ou ſi l'on en eſt en quelque doute.

## *De la meſure des Corps bornez de ſuperficies planes.*

COmme les grandeurs ne ſont meſurées que par leurs ſemblables: Auſſi la ligne meſure la ligne ſeulement, & jamais ne meſurera la ſuperficie ny le corps, ny un corps ou ſuperficie aucune des autres. Et ainſi il eſt neceſſaire de ſçavoir comment en la Geometrie tant des lignes que des ſuperficies & des corps, on ne ſe ſert que d'un même pied, toiſe ou perche, qui ne ſont toutefois qu'une ligne, & comment on ne laiſſe pas pour cela de parvenir à la connoiſſance des meſures qui ſont en la grandeur. Mais la raiſon eſt qu'en la Geometrie des lignes, on n'applique la meſure que ſur une longueur, comme étant la ligne ſeulement longue; & qu'à la meſure des ſuperficies, parce qu'elles ſont longues & larges, elle eſt appliquée en lon-

gueur & largeur. Et enfin qu'à la Geometrie des corps, à cauſe des trois dimenſions qu'ils ont, on l'applique en longueur, largeur & profondeur, ce qui fait par exemple, que la toiſe qui n'a que ſix pieds en longueur, pour meſurer les lignes, a trente-ſix pieds quarrez aux ſuperficies, & deux cens ſeize pieds pour meſurer les Corps ou Solides. Comme ſi l'on ſuppoſe que la ligne A eſt une toiſe pour meſurer les lignes, elle ſera comme le quarré B, pour meſurer les ſuperficies, & comme le cube C, pour meſurer la ſolidité des Corps.




*De la meſure des Pyramides.*

COmme au traité des ſuperficies planes j'ay commencé par la figure la plus ſimple qui étoit le triangle : De même je commenceray cette Geometrie par la meſure des Pyramides, qui ont mêmes quelque rapport avec le corps & ſemblable à celuy qu'a

le

le triangle avec les Plans. Car comme les figures planes rectilignes se reduisent toutes en triangles : de même tous les corps bornez de superficies planes peuvent être reduits en Pyramides.

## PROPOSITION I.

*La base de la Pyramide étant donnée avec la hauteur ou perpendiculaire, trouver ce que contient sa solidité.*

IL y a diverses Pyramides à cause de la diversité des bases, les unes ayant un triangle, les autres une figure de 4, 5, ou 6 côtez & plus, d'autres ayant la base circulaire, qui toutefois sont toutes mesurées de la même façon par cette regle.

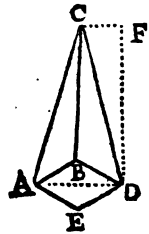
*Regle.*

*Si le tiers de la base de la Pyramide est multiplié par la hauteur, le produit en donnera la solidité.*

*Exemple.*

Soit la Pyramide A B C D E, la solidité de laquelle on desire sçavoir par la connoissance que l'on a de la base

A B D E, & de la hauteur D F ; pour ce faire, ſuppoſons que la hauteur D F ſoit de 20 toiſes, & la baſe A B D E de 36, le tiers ſera 12, qui ſelon la regle, étant multiplié par la hauteur 20, le produit donnera 240 toiſes cubes, pour la ſolidité de la Pyramide qu'il falloit meſurer.




*Demonſtration.*

DAutant que la Pyramide eſt la troiſiéme partie du priſme qui a la baſe & la hauteur égale avec la Pyramide, ſi on multiplie la baſe par le tiers de la hauteur, ou la hauteur par le tiers de la baſe, le produit donnera la ſolidité de la Pyramide : ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Il y en a qui donnent trois methodes pour meſurer la ſolidité de la Pyramide, ſçavoir en multipliant la baſe par la hauteur, & en prenant le tiers du produit, ou en multipliant le tiers de la hauteur par la baſe, ou enfin en multipliant le tiers de la baſe par la*

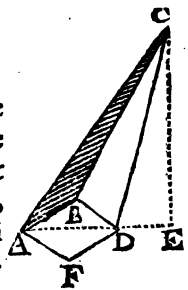
hauteur, toutes leſquelles methodes ſont bonnes. Mais comme j'ay enſeigné cy-devant, ſi l'on a à prendre quelque partie de nombre, pour la multiplier par un autre, il faut toujours prendre la partie du plus grand nombre pour operer plus preciſément; parce que ſi on neglige quelque partie à la meſure de la grande, elle ne portera pas tant de préjudice à la juſte grandeur, que quand elle eſt negligée à la petite. Par exemple, la vraye ſolidité de la precedente Pyramide eſt de 240 toiſes cubes: mais ſi on eut negligé une toiſe à la baſe, & qu'au lieu de 36 on n'eût pris que 35, on auroit eu 233 toiſes & un tiers, & ainſi l'erreur d'une toiſe à la meſure de la baſe, n'eût porté préjudice que de 6 toiſes 2 tiers; & ſi on eût commis une erreur ou negligé une toiſe à la hauteur, qui eſt le nombre plus petit, & qu'au lieu de 20 on n'eût compté que 19, il fût arrivé pour la ſolidité de la Pyramide 228 toiſes, qui eût cauſé une erreur plus grande, ſçavoir de 12 toiſes. Ce qui ſe fût accreu encore davantage en une plus grande inégalité de nombres. Voilà pourquoy la baſe étant ordinairement exprimée par

*un plus grand nombre que la hauteur, j'ay voulu plûtôt qu'on prît le tiers de la baſe pour le multiplier par la hauteur qu'autrement, ce que j'obſerveray par toute cette Geometrie où l'occaſion s'en preſentera.*

## PROPOSITION II.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Pyramides inclinées.*

S'Il faut meſurer la ſolidité de quelque Pyramide inclinée, comme eſt la Pyramide icy repreſentée, on ne laiſſera pas de ſe ſervir de la regle precedente, quoy que ſa hauteur ne ſe trouve pas dans la ſolidité, comme à la precedente qui eſt droite, à cauſe de ſon inclination.




*Exemple.*

Soit la hauteur de la Pyramide inclinée E C de 12 pieds, & la baſe A B D F de 60, le tiers ſera 20, qui multiplié ſelon la regle par la hauteur 12,

le produit donnera 240 pieds, pour la ſolidité de la Pyramide inclinée A B C D, qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

DAutant que les Pyramides ſont égales, qui ont même baſe & même hauteur, la ſolidité de la Pyramide inclinée ſe trouvera comme deſſus, en multipliant le tiers de la baſe par la hauteur, ce qu'il falloit demontrer. *a*

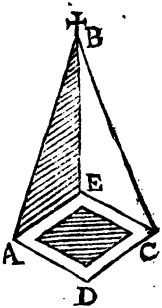
## PROPOSITION III.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Pyramides creuſes.*

QUi aura bien entendu la meſure des Pyramides, meſurera ſans difficulté celle qui eſt creuſe. Car ayant connu la ſolidité entiere de tout

*a* Comme les Cones ſont au nombre des Pyramides, il s'enſuit qu'ils ſe meſurent de la méme façon : neanmoins pour une plus grande intelligence, outre la methode generale, nous enſeignerons dans la Propoſition XVII. une methode particuliere pour les meſurer.

le corps, il n'y aura plus qu'à ſouſtraire le vuide, pour avoir la ſolidité de la Pyramide creuſe.




Comme ſoit la Pyramide creuſe A B C D, un Clocher de pierre de taille, la ſolidité duquel on deſire connoître : pour ce faire, on trouvera par la 1, de ce Livre la ſolidité de tout le corps A B C D, duquel on ôtera le vuide pour avoir le contenu du Clocher qu'il falloit meſurer.

## PROPOSITION IV.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Pyramides tronquées.*

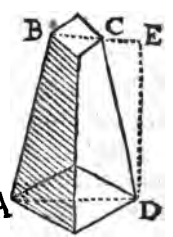
ON entendra icy pour une Pyramide tronquée, celle qui a été coupée par un Plan parallele à la baſe. La methode ordinaire de meſurer ces corps, eſt de trouver premierement toute la hauteur, laquelle étant trouvée, on connoîtra par la precedente la ſolidité entiere, de laquelle ſi on en

ſouſtrait la Pyramide qui eſt ajoutée, le reſte donnera la ſolidité de la Pyramide tronquée. Mais ce calcul eſt long, & embaraſſe beaucoup, pour connoître la hauteur de la Pyramide entiere, ſoit qu'on la cherche méchaniquement, ou par la regle de Trois que l'on en fait. C'eſt pourquoy il vaudra mieux ſe ſervir de la Regle ſuivante, qui eſt plus courte & plus facile.

*Regle.*

*Si à la ſomme des deux baſes de la Pyramide tronquée on ajoute une ſuperficie moyenne, le tout étant multiplié par le tiers de la hauteur, en donnera la ſolidité.*

*Exemple.*




Soit la Pyramide tronquée A B C D propoſée à meſurer: pour ce faire, ſuppoſons que les baſes B C & A D ſoient de 8 pieds & de 32, & la hauteur E D de 6. On ajoutera avec les deux baſes 8, & 32, une ſuperficie moyenne entre ces

deux nombres ſçavoir 16, ( laquelle ſe trouve en tirant la racine quarrée du produit de 8 par 32 ) on aura 56, qui étant multipliez ſelon la regle, par le tiers de la hauteur 2, donnent 112 pieds, pour la ſolidité de la Pyramide tronquée qu'il falloit meſurer.

*Autrement.*

SOient ajoutées les deux baſes 8 & 32, leur ſomme ſera 40, dont la moitié 20, étant multipliée par la hauteur 6, donne 120, qui eſt trop. Et ſi on ajoute les diametres des baſes 4 & 8, il viendra 12, la moitié 6, le quarré 36, & la moitié 18, qui multipliée par la hauteur 6 fait 108, qui eſt moins, mais le tiers de la difference du plus & moins ſçavoir 4, étant ajouté au plus petit nombre 108, donne 112 pieds, comme auparavant.

*Scholie. On peut encore autrement trouver la ſolidité de la Pyramide tronquée, en multipliant les deux côtez paralleles ſuperieur & inferieur l'un par l'autre, & ajoutant à leur produit le tiers du quarré de leur difference, &*

*enfin en multipliant cette ſomme par la hauteur, pour avoir la ſolidité, pourveu que la Pyramide ſoit quarrée. Que ſi elle ne l'eſt pas, il faudra derechef multiplier ce dernier produit par l'une des baſes, & diviſer ce qui arrivera par le quarré de ſon côté, lequel a ſervy à la premiere multiplication.* a

a Quand la Pyramide tronquée ſera un Cone tronqué, on en pourra connoître la ſolidité par cette regle particuliere, qui a ſa demonſtration.

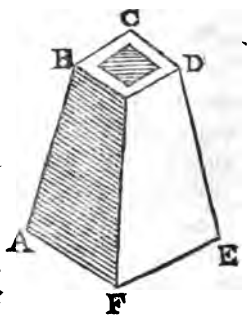
*Regle pour un Cone tronqué.*

Ajoutez au produit des diametres des deux Cercles oppoſez & paralleles, qui ſervent de baſes au Cone tronqué, la ſomme des quarrez des mêmes diametres, & ayant multiplié le tout par la hauteur du Cone tronqué, multipliez le produit toujours par $2'6''1'''6''''$ pour avoir la ſolidité du Cone tronqué.

Comme ſi la hauteur du Cone tronqué eſt de 8 pieds, le diametre de la petite baſe de 2, & le diametre de la plus grande de 6: le produit de ces deux diametres eſt 12, & la ſomme de leurs quarrez 4, 36, eſt 40, laquelle avec le produit 12 fait ce nombre 52, lequel étant multiplié par la hauteur que nous avons ſuppoſée de 8 pieds, on a cet autre nombre 416, lequel enfin étant multiplié par $2'6''1'''6''''$, il vient $1088'2''5'''6''''$, c'eſt à dire 108 pieds cubes & environ 1426 pouces cubes pour la ſolidité qu'on cherche.

## PROPOSITION V.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Pyramides tronquées qui ſont creuſes.*




CEtte Propoſition n'eſt pas inutile, comme il ſe verra par l'exemple ſuivant. Soit un Clocher de pierre de taille ABCDEF, la ſolidité duquel on deſire ſçavoir: pour ce faire, ſi par la Propoſition precedente, on meſure l'entiere ſolidité comme d'un corps plein, & qu'on en ôte le vuide, le reſte donnera la ſolidité du Clocher. Comme ſi la hauteur eſt de 6 toiſes, & les diametres AE, BD de 10 & 6, la ſolidité entiere ſera de 196 toiſes, de laquelle ſi on en ſouſtrait le vuide, qui eſt auſſi une Pyramide tronquée, dont la hauteur eſt 6, & les deux diametres de 8 & 4, par la precedente elle contiendra 112 toiſes,

qui étant ôtées de 196, il reſte 84, & d'autant de toiſes eſt la ſolidité du Clocher A B C D E F, qu'il falloit meſurer.

Voilà la vraye methode pour trouver la ſolidité des Pyramides creuſes, ſoit qu'elles ſoient d'une épaiſſeur égale ou non. Si elles ſont d'une épaiſſeur égale il y en a qui multiplient la ſomme des deux Couronnes par la moitié de la hauteur, pour avoir la ſolidité du Clocher. Comme dautant que la Couronne inferieure eſt de 18 toiſes, & celle d'enhaut de 10, leur ſomme 28 étant multipliée par la moitié de la hauteur 3, donne 84 comme auparavant, pour le corps du Clocher qu'il falloit meſurer.

*Scholie. On peut encore trouver autrement la ſolidité des Pyramides tronquées & creuſes, qui ſont d'égale épaiſſeur, en multipliant la ſomme du côté exterieur de la baſe inferieure, & du côté interieur de la ſuperieure, par la largeur de la Couronne, & le produit par la hauteur, pourveu que la Pyramide ſoit quarrée. Que ſi elle ne l'eſt pas, & que neanmoins elle ſoit reguliere, il faudra derechef multiplier ce*

*dernier produit par l'une des baſes, & diviſer le produit par le quarré de ſon côté pour avoir la ſolidité qu'on cherche.*

## *De la meſure des Priſmes.*

SI le Priſme eſt pris ſelon la definition de quelques Geometres, pour un corps borné de cinq Plans, deux deſquels oppoſez ſont des triangles égaux ſemblables & paralleles, & les trois autres des parallelogrammes. Certes il y aura beaucoup de corps qui ne pourront pas être compris ſous ce nom de priſme. Mais ſi nous definiſſons le priſme, comme Euclide l'a entendu plus generalement, pour un ſolide compris entre deux Plans paralleles ſemblables & égaux, qui par tout a une égale épaiſſeur, alors cette definition ſera bien plus generale & à preferer à l'autre, comme comprenant les cubes & les parallelipipedes. Et en ce faiſant tous les priſmes ſeront meſurez par une ſeule regle, comme il ſe verra par pluſieurs exemples de la Propoſition ſuivante.

## PROPOSITION VI.

*La baſe d'un Priſme étant donnée avec ſa hauteur, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

CEux qui ont enſeigné cette Geometrie des Corps, ont montré premierement comme il faut meſurer la ſolidité d'un cube : puis d'un cube heteromece, qu'ils appellent parallelipipede, & aprés ils ont donné des exemples de pluſieurs ſortes de priſmes triangulaires, quadrangulaires & autres, comme ſi tous ces corps ne pouvoient pas être meſurez par une ſeule regle telle qu'eſt la ſuivante.

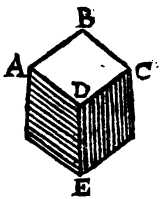
### *Regle.*

*Si la baſe du priſme eſt multipliée par la hauteur ou épaiſſeur, le produit en donnera la ſolidité.*

Afin de ne prendre point un Plan pour un autre, on ſera averty que la baſe d'un priſme, eſt une ſuperficie plane, qui en a une autre oppoſée parallele égale & ſemblable, entre leſquelles toute la ſolidité du corps eſt

compriſe. Et par cet avertiſſement on connoîtra qu'il n'importe pas ny au cube, ny au cube heteromece, qui ſont des eſpeces de priſmes, quel plan on prenne pour baſe. Pour ce qui eſt de la hauteur, elle eſt determinée par une perpendiculaire, qui eſt entre ces deux Plans paralleles, comme il ſe verra aux exemples ſuivans.

### *Premier exemple.*




Soit le priſme ABCDE le pied d'eſtal d'une colomne, la ſolidité duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de la baſe ABCD, & de la hauteur DE: pour ce faire, ſuppoſons que la baſe ABCD, ſoit de 60 pieds, & la hauteur DE de 6, ſelon la regle on multipliera 60 par 6, il viendra 360 pieds cubes pour la ſolidité du priſme qu'il falloit meſurer.

### *Second Exemple.*

Secondement ſoit le priſme ABCD EFG, la ſolidité d'un rampart que l'on deſire ſçavoir, par la connoiſſance que

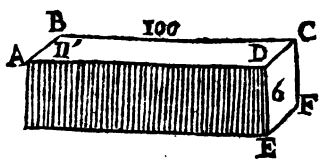
l'on a de ſa baſe ABCD, & de ſa hauteur CE. Pour ce faire, ſuppoſons que la baſe ABCD que l'on nomme profil, ſoit de 130 toiſes, & la hau-

teur DF de 80, ſelon la regle on multipliera 130 par 80, on aura 10400 toiſes cubes pour la ſolidité du priſme ABCDEFG qu'il falloit meſurer.

*Scholie. On conſidere ce rempart comme un priſme couché que l'on doit concevoir élevé ſur la baſe ABCD, afin que CE ou DF ſoit ſa hauteur.*

*Troiſiéme Exemple.*

Soit derechef un autre priſme ABCDE




un gros mur, la ſolidité duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que

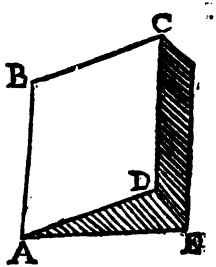
l'on a de la baſe A B C D, & de la hauteur D E: pour ce faire, ſuppoſons que la baſe A B C D, ſoit de 110 toiſes, & la hauteur D E de 6, ſelon la regle on multipliera 110 par 6, il viendra 660, & d'autant de toiſes cubes ſera la ſolidité du mur A B C D E qu'il falloit meſurer.

*Si j'ay dit auparavant qu'il falloit meſurer preciſément les petites lignes à la Geometrie des Plans: c'eſt icy où il eſt encore plus neceſſaire d'être exact, car ſouvent la dixiéme ou centiéme partie d'une toiſe que l'on y neglige, porte un préjudice notable à la ſolidité entiere. Comme le contenu du mur A B C D E, a été trouvé de 660 toiſes cubes. Mais ſi au lieu de prendre une toiſe une prime que contient juſtement le petit côté A B, on n'eût pris qu'une toiſe, mépriſant cette derniere partie, la ſolidité du mur ne ſe fut trouvée que de 600 toiſes, & l'erreur eût été de 60: ce qui n'eût pas été ſi ſenſible au côté D E, qui eſt plus grand, & qui contient 6 toiſes: car s'y abuſant d'une prime, & le prenant ſeulement de 5 toiſes, 9 primes, on auroit trouvé 649 toiſes, & on n'auroit manqué que*

de

*de* 11, *& on auroit encore moins manqué dans la ligne* BC, *qui contient* 100 *toiſes : car ſi au lieu de* 100 *on n'eût meſuré que* 99 *toiſes & 9 primes, le produit pour la ſolidité eût été de* 6593′4″, *qui ſignifient* 659 *toiſes & environ* 73 *pieds pour les* 3′4″ : *ce qui n'eût cauſé qu'une erreur d'environ deux tiers d'une toiſe, c'eſt à dire de* 144 *pieds.*

*Quatriéme Exemple.*

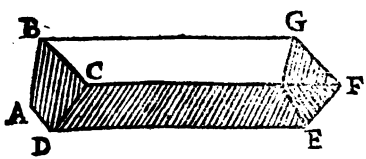



Soit le priſme ABCDE, le parapet d'un chemin couvert, la ſolidité duquel on deſire connoître. Pour ce faire, on conſiderera premierement que le triangle ADE, qui en eſt le profil eſt la baſe du priſme, & DC la hauteur du même priſme. Si donc on ſuppoſe que le triangle ADE, eſt de 6 toiſes & 1′6″, & la hauteur DC de 120, en multipliant ſelon la regle 61′6″ par 120, on a 7392′0″, qui ſignifient 739 toiſes, & 2′0″, qui ſur le Reducteur de la

toiſe à l'intervalle des ſolides montre 43 pieds ou environ. Partant la ſolidité de ce chemin couvert, eſt de 739 toiſes & 43 pieds aſſez preciſément. Ou ſans Reducteur, il faudra multiplier 2′0″ par le cube de la toiſe, & l'on aura 432′0″, c'eſt à dire 43 pieds & quelque choſe de plus comme auparavant.

*Cinquiéme Exemple.*

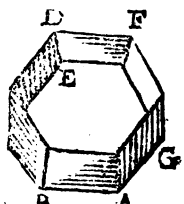
On meſurera de même façon les priſmes vuides, comme on a fait les corps precedens. Comme le foſſé ABCDE, car ſi l'on conſidere pre-




mierement où eſt la baſe & la perpendiculaire, on trouvera, ſelon la definition que nous en avons donnée, que la baſe de ce priſme eſt la ſuperficie ABCD, ou l'autre Plan oppoſé, & que par conſequent DE eſt la hauteur: car il le faut imaginer comme un priſme couché. Si donc on ſuppoſe que la

baſe ABCD contienne 2 toiſes 8 primes, & la longueur du foſſé DE 30 toiſes 2 primes, ſelon la regle on multipliera 28′ par 302′, & l'on aura 845′6″, qui ſignifient 84 toiſes cubes, & 5′6″, qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur de la toiſe, donne 121 pieds cubes ou environ. Ainſi la terre que l'on a tirée pour faire le foſſé eſt de 84 toiſes & 121 pieds cubiques aſſez preciſément.

*Sixiéme Exemple.*

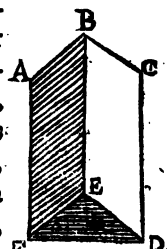



Soit encore un priſme vuide ABCDE le baſſin d'une fontaine qu'il faille meſurer : pour ce faire, on voit aiſément que la baſe de ce priſme eſt le fond ou l'ouverture du baſſin, & qu'ainſi DE en eſt la hauteur. Si donc on ſuppoſe que la baſe ou fond contient 24 toiſes 8 primes, & la perpendiculaire ou hauteur DE, 1 toiſe 2 primes, en multipliant, ſelon la regle 248′ par 12′, on aura 297′6″, qui ſignifient 29 toiſes, & 7′6″, qui ſur l'intervalle des ſolides du Redu-

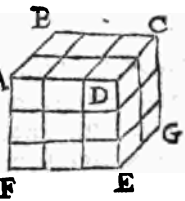
cteur de la toiſe, donne 164 pieds cubiques ou environ. Ainſi le baſſin peut contenir 29 toiſes cubes & 164 pieds aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

COmme Euclide a ſuppoſé pour principe en ſa Geometrie des ſuperficies, que tout parallelogramme rectangle étoit compris ſous deux lignes droites qui comprennent l'angle droit : de même il devoit donner pour definition en la doctrine des ſolides, que tout priſme rectangle étoit compris ſous ſa baſe & ſa perpendiculaire ou hauteur. Comme ſi par exemple on fait mouvoir par penſée le triangle ABC, ſelon la perpendiculaire CD, enſorte que tous les angles ſe meuvent également, quand ce triangle ſera deſcendu juſques à FED, il aura décrit par ſon mouvement un priſme triangulaire ; & ſi au lieu du triangle on eût ſuppoſé une autre figure, comme de 4 ou de 5 côtez, en ſe mou-



vant uniformement comme l'autre, elle auroit décrit un priſme quadrangulaire ou quinquangulaire. Et pour montrer plus à l'œil à ceux qui apprennent, comment la baſe multipliée par la hauteur produit une ſolidité. Soient pris 18 petits cubes, ou une balle de dez, d'une égale forme, leſquels ſoient diſpoſez en telle ſorte, qu'il y en ait ſix en deux rangs l'un joignant l'autre, ſur chacun deſquels on y ajoutera encore deux : en ce faiſant, on compoſera un priſme ſemblable à cette figure ſolide, laquelle pour êrre meſurée ſelon la regle, il faudra multiplier ſa baſe A B C D, qui contient ſix petits quarrez par ſa hauteur D E, qui contient 3, on aura 18, & autant de petits cubes contiendra la ſolidité du priſme deſquels en effet il eſt compoſé.




*Scholie. Si l'on demande pourquoy je n'ay pas procedé avec pareil abregé aux figures planes, comme maintenant je procede à la meſure des ſolides. Et pourquoy, par exemple, je ne me ſuis con-*

*tenté de la regle generale des triangles, ſans avoir commencé par celuy qui a un angle droit, & puis par les autres qui avoient plus de facilité à l'operation: je répondray qu'il y a bien de la difference. Car ſi le cube ou le cube heteromece, que je comprens ſous le nom de priſme, avoient quelque regle particuliere & plus facile que la generale des priſmes, je les euſſe mis les premiers en ordre. Mais comme ils ſe meſurent tous de la même façon, ce ſeroit groſſir ce Livre de Propoſitions inutiles contre ma coutume: Toutefois afin de montrer amplement l'uſage, j'ay donné ſix Exemples, par leſquels on pourra connoître comment on ſe doit comporter en la meſure de toutes ſortes de priſmes rectangulaires, ſoit qu'ils ſoient droits, ſoit qu'ils ſoient couchez.*

## PROPOSITION VII.

*Comment ſe meſure la ſolidité des priſmes inclinez.*

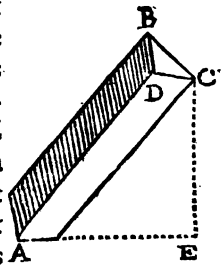
J'Ajouteray encore cette Propoſition à la meſure des priſmes, parce qu'il s'en trouve quelquefois d'inclinez, c'eſt

à dire qui ne ſont pas rectangulaires : comme ſont les priſmes A B C D, & G H I K. Mais pour cela la regle precedente ne varie point. Il eſt vray que la hauteur ou perpendiculaire du priſme n'étant point le plus ſouvent dans la ſolidité du corps, à cauſe de ſon inclinaiſon, il eſt beſoin de la trouver par artifice, comme nous avons enſeigné au traité des lignes : c'eſt pourquoy la difficulté qu'il y a, eſt de pouvoir connoître quel Plan il faut prendre pour baſe, pour en aprés trouver la hauteur de la perpendiculaire. Comme au priſme A B C D le triangle B C D eſt neceſſairement la baſe par la definition que j'en ay donnée, & la ligne C E la perpendiculaire : mais au priſme G H I K, il y peut avoir diverſes baſes, & par conſequent diverſes perpendiculaires. Comme ſi on prend G H I K pour baſe, alors I F, ſera la perpendiculaire, & ſi on prenoit un autre Plan pour baſe, il y auroit une autre perpendiculaire.

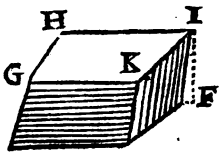
*Exemple.*

Soit le priſme incliné A B C D propoſé à meſurer, duquel la baſe B D C

soit de 6 pieds, & la hauteur E C de 8, selon la regle des prismes on multiplie la base B D C qui est 6, par la hauteur C E qui est 8, on aura 48, & d'autant de pieds cubes est la solidité du prisme incliné qu'il falloit mesurer.




Et si au second prisme G H I K, on suppose que la base G H I K soit de 36 pieds, & la hauteur I F de 4, en multipliant, selon la regle, 36 par 4, on aura 44 pieds, pour la solidité du prisme G H I K, qu'il falloit mesurer.




*Demonstration.*

DAutant que les prismes sont égaux qui ont même base & même hauteur par la 32. Proposition de l'onziéme d'Euclide, la solidité du prisme incliné se trouvera, en multipliant comme auparavant la base du prisme par

par la hauteur : ce qu'il falloit demontrer. *a*

## PROPOSITION VIII.

### *Comment ſe meſure la ſolidité des priſmes creux.*

IL ſeroit inutile de donner pluſieurs exemples de ce qui ſe peut reſoudre facilement par une ſeule regle, & où la redite ſeroit ennuyeuſe, aprés la Propoſition qui a precedé.

Soit donc le priſme creux A B C D E, un Colombier, un puits, ou une tour, ayant pluſieurs pands ou faces qu'il faille meſurer. Premierement il eſt évident, que ſi on meſure tout le priſme comme un corps entierement plein, & que du contenu que l'on au-

*a* Comme les Cylindres ſont une eſpece de priſmes, il s'enſuit qu'on les meſure de la même façon. Ainſi il ſemble qu'il ſeroit inutile d'en parler davantage : neanmoins pour une plus grande intelligence nous en parlerons dans la Propoſition XV. où nous enſeignerons aprés la methode generale. une particuliere pour les meſurer.

ra trouvé on ôte le vuide, le reſte donnera la ſolidité du mur qui conſtituë le priſme creux. Mais cette methode étant un peu longue, en voicy une plus briéve par la regle qui ſuit.

*Regle.*

*Si la ſuperficie de la couronne du priſme creux eſt multipliée par la hauteur, le produit donnera ſa ſolidité.*

*Exemple.*

Suppoſons que la ſuperficie de la couronne A B C D H F G ſoit de 13 toiſes 3 primes, & la hauteur D E de 15 toiſes 2 primes, ſelon la regle je multiplie 13 3′ par 15 2′, j'auray 202 1′ 6″, qui ſignifient 202 toiſes cubiques, & 1′ 6″, qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur de la toiſe donne 34 pieds ou environ. Ainſi la ſolidité du priſme creuſé ſera de 202 toiſes & 34 pieds cubiques aſſez preciſément.

*Scholie. Si l'on trouve de la difficulté pour meſurer la baſe de la tour que nous avons nommée couronne, pour être de pareille épaiſſeur par tout, nous avons*

*enſeigné la methode de la connoître en la Propoſition XLIV. de la meſure des Plans, quoy qu'elle ne puiſſe pas être venuë.*

## *De la meſure des Polyëdres.*

LEs Polyëdres ont quelque rapport avec les Polygones : car comme les triangles & les figures quadrilaterales, n'ont pas été nommez Polygones, encore qu'ils euſſent pluſieurs angles. De même ny les Pyramides, ny les Priſmes en general, ne ſeront point appellez Polyëdres pour avoir pluſieurs baſes ou faces. Or les Polyëdres ſont diviſez en reguliers & en irreguliers, comme les Polygones. Mais le nombre des reguliers ne va pas à l'infiny comme celuy des Polygones : au contraire il ne s'en trouve que cinq, ſçavoir le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octaëdre, le Dodecaëdre, & l'Icoſaëdre ; mais pour les Polyëdres irreguliers, ils ſont en nombre infiny.

## *De la meſure des Corps reguliers.*

EUclide comme Pythagoricien qu'il étoit, n'a compoſé ſes élemens que pour arriver à la demonſtration des cinq Corps reguliers, deſquels tous ceux de ſa ſecte faiſoient tel état, qu'ils les tenoient comme pour le fondement de leur Theologie. Platon ne s'éloigne pas beaucoup de cette Religion, quand il aſſeûre que Dieu a eu égard à ces Corps en la fabrique de l'Univers, & donne au feu le Tetraëdre, à la terre l'Exaëdre, à l'air l'Octaëdre, à l'eau l'Icoſaëdre, & à tout le monde le Dodecaëdre, qu'il encloſt dans la capacité d'une Sphere : En quoy toutefois on conſiderera plûtôt quelque analogie de figure, que la verité : ces figures étant ſeulement le ſymbole ou marque du mouvement & du repos, le Tetraëdre ayant quelque rapport à la viteſſe du feu, le cube à l'immobilité de la Terre, l'Octaëdre à la fluidité de l'air, l'Icoſaëdre au cours de l'eau, le Dodecaëdre a la capacité du Ciel.

## PROPOSITION IX.

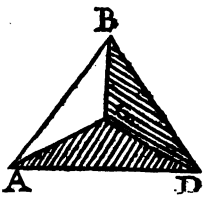
*La côté du Tetraëdre étant donné, trouver ce qué contient ſa ſolidité.*

LA methode ordinaire de tous ceux qui ont enſeigné cette ſcience, pour trouver la ſolidité des Corps reguliers, a été par la meſure des Pyramides, excepté à l'Exaëdre ou Cube, qu'ils ont toujours meſuré comme un priſme. Mais dautant que ce calcul eſt long, & qu'il ſuppoſe la connoiſſance du contenu d'une des baſes & de la hauteur d'une de ces Pyramides, qui ne ſe trouve toutefois ſans une longue ſuite d'operations d'Arithmetique. C'eſt pourquoy pour obvier à toutes ces difficultez & longueurs, j'enſeigneray pour le ſoulagement des Geometres vulgaires, comment par la connoiſſance d'un ſeul côté, on pourra trouver la ſolidité de ces Corps, ſans beaucoup de peine. Voicy la premiere regle pour le premier Corps qui ſe nomme Tetraëdre.

*Regle.*

*Si le Cube du côté du Tetraëdre eſt multiplié par* $1^{I}1^{II}7^{III}8^{IIII}$ *le produit en donnera la ſolidité.*

*Exemple.*




Soit le Tetraëdre ABCD, & pour le meſurer ſuppoſons que l'un des côtez comme AB, ſoit de 12 pieds, ſon Cube ſera 1728, qui étant multiplié, ſelon la regle par $1^{I}1^{II}7^{III}8^{IIII}$, donne $2035^{I}5^{II}8^{III}4^{IIII}$, qui ſignifient 203 pieds, & $5^{I}5^{II}$ (le reſte étant comme inſenſible) qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur du pied donnent 950 pouces ou environ. Ainſi la ſolidité du Tetraëdre ABCD eſt de 203 pieds & 950 pouces cubiques aſſez preciſément.

## PROPOSITION X.

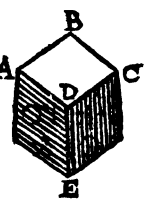
*Le côté du Cube ou Exaëdre étant donné, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

ENcore que le Cube ſoit une eſpece de priſme, il peut neanmoins être meſuré comme un des Corps reguliers par cette regle.

*Regle.*

*Si le Cube du côté de l'Exaëdre, eſt multiplié par* 1, *le produit en donnera la ſolidité.*

*Exemple.*




Soit le Cube ABCDE, & pour le meſurer ſuppoſons que l'un des côtez comme A B ſoit de 1 toiſe 3 primes, ſon Cube ſera 2 1′ 9″ 7‴, qui étant multiplié ſelon la regle par 1, donnent le même nombre 2 1′ 9″ 7‴, qui ſignifient 2 toiſes, & 1′ 9″, qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur de la toiſe donne 41 pieds ou environ. Ainſi la ſo-

lidité de l'Exaëdre ABCD eſt de 2. toiſes & 41 pieds aſſez preciſément.

## PROPOSITION XI.

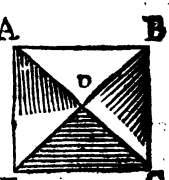
*Le côté de l'Octaëdre étant donné, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

DAutant qu'il arrive rarement que l'on propoſe la meſure de ces Corps reguliers, pour ce ſujet je les expedie le plus briévement que je puis.

*Regle.*

*Si le côté de l'Octaëdre eſt multiplié par* $4'7''1'''4''''$, *le produit en donnera la ſolidité.*

*Exemple.*




Soit l'Octaëdre ABDEC, & pour le meſurer, ſuppoſons que l'un des côtez comme AB, ſoit de 6 pieds, ſon Cube ſera 216, qui étant multipliez ſelon la regle par $4'7''1'''4''''$, il vient $1018'2''2'''4''''$, qui ſignifient 101

pied, & 8′2″ ( le reſte étant comme inſenſible ) qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur du pied, montre 1416 pouces ou environ. Ainſi la ſolidité de l'Octaëdre A B D E C eſt de 101 pied & 1416 pouces aſſez preciſément.

## PROPOSITION XII.

*Le côté du Dodecaëdre étant donné, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

IL eſt aiſé à voir la facilité de cette Geometrie, en laquelle il n'eſt pas beſoin de conſiderer la quantité des Pyramides qui s'uniſſent au centre de ce Corps : mais par une ſimple multiplication on trouve ſon contenu par cette regle.

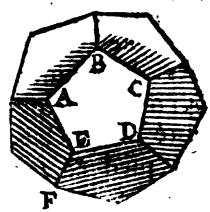
*Regle.*

*Si le cube du côté du Dodecaëdre eſt multiplié par 76′6″3‴6⁗, le produit en donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

Soit le Dodecaëdre A B C D E, & pour le meſurer ſuppoſons que l'un

des côtez comme AB, soit de 4 toises, son Cube sera de 64, qui étant multiplié selon la regle par $76'6''3'''6''''$, donne $9404'7''0'''4''''$, qui




signifient 490 toises, & $4'7''$, qui sur l'intervalle des solides du Reducteur de la toise, donne 102 pieds ou environ. Ainsi la solidité du Dodecaëdre A B C D E est de 940 toises & 102 pieds cubiques assez precisément.

## PROPOSITION XIII.

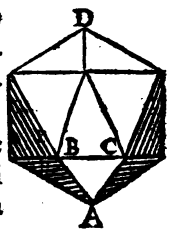
*Le côté de l'Icosaëdre étant donné, trouver ce que contient sa solidité.*

IL n'est pas mal-aisé de juger qu'il est tres commode de mesurer ces Corps reguliers par la connoissance d'une ligne qui paroît à l'œil, au lieu qu'auparavant il falloit avec beaucoup de peine trouver la hauteur des Pyramides, qui étoit dans la solidité du Corps, & sur laquelle on ne pouvoit pas porter la mesure, voicy le dernier qui se calculera comme les autres par cette regle.

*Regle.*

***Si le Cube du côté de l'Icoſaëdre eſt multiplié par 21′8″1‴4⁗, le produit en donnera la ſolidité.***

*Exemple.*




Soit l'Icoſaëdre ABCD & pour le meſurer, ſuppoſons que l'un des côtez comme AB ſoit de 1 toiſe 2 primes, ſon Cube ſera de 17′2″8‴, qui étant multiplié ſelon la regle par 21′8″1‴4⁗, donne 37′7″5‴0⁗5ᵛ9ᵛⁱ2ᵛⁱⁱ, qui ſignifient 3 toiſes & 7′7″, qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur de la toiſe, montre 166 pieds ou environ. Ainſi la ſolidité de l'Icoſaëdre ABCD eſt de 3 toiſes & 166 pieds aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

POur entendre la raiſon de ces operations, il faut ſçavoir que quand le côté du Tetraëdre, Exaëdre, Octaëdre, Dodecaëdre, Icoſaëdre ont 1, la

ſolidité de ces Corps ſont de $1'1''7'''8''''$, $1, 4'7''1'''4''''$, $76'6''3'''6''''$, $21'8''1'''4''''$, aſſez preciſément, ce qui étant connu, la demonſtration ſera telle.

Dautant que les Cubes des côtez des Corps reguliers & leurs ſoliditez, ſont des Corps ſemblables, ils auront la raiſon triplée de leurs côtez homologues; & par conſequent les Cubes des côtez ſeront en même raiſon que les ſoliditez de ces Corps reguliers: c'eſt pourquoy par la regle de proportion, comme le Cube du petit côté, eſt au Cube du plus grand: ainſi la ſolidité du petit Corps regulier ſera à la ſolidité du plus grand que l'on cherche. Mais le Cube du plus petit côté qui eſt le premier proportionnel eſt 1, qui ne diviſe point, il n'y a donc qu'à multiplier le Cube du plus grand côté par la ſolidité du petit Corps regulier ſemblable, pour avoir la ſolidité de celuy qu'on cherche, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Je n'ay pas crû qu'il fût à propos ny de methode de doctrine, de propoſer icy pluſieurs problemes comme on a de coûtume, ſçavoir comme il faut*

*trouver la hauteur de tous les Corps reguliers, les diagonales & les autres lignes. Je laiſſe cela à ceux qui veulent montrer l'excellence de la Geometrie: Pour moy je traite icy ſeulement de la pratique, & je deſire plûtôt contenter le vulgaire des Geometres, que ceux qui s'étudient à la connoiſſance entiere de cette ſcience: Et même j'ay été quelquefois en doute ſi j'ajouterois ces Propoſitions, attendu que rarement ces Corps ſont propoſez pour meſurer. Mais la facilité de les meſurer par les regles precedentes, m'a incité de les mettre icy en leur rang.*

## *De la meſure des Corps irreguliers.*

COmme tous les Polygones irreguliers ont été reduits en divers triangles pour pouvoir trouver le contenu de leur ſuperficie: ainſi les Corps irreguliers ſeront reduits en Pyramides, pour pouvoir connoître leur ſolidité.

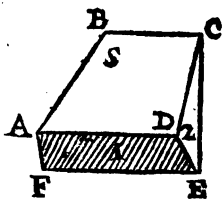
## PROPOSITION XIV.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Corps irreguliers.*

LEs Corps irreguliers peuvent être reduits en autant de Pyramides qu'il y a de faces proches de celles qui conſtituent l'angle ſolide. Pour juger donc combien il y a de Pyramides en un Corps, il faut conſiderer premierement de combien de ſuperficies eſt compris un des angles ſolides de ce Corps: car toutes les autres ſeront les baſes d'autant de Pyramides que le ſolide aura, le ſommet deſquelles concourt & s'aſſemble à cet angle: comme ſi un Corps a ſix faces, & qu'il y en ait trois qui faſſent un angle ſolide, il pourra être reduit en trois Pyramides. Et de peur que l'on ne ſe trompe en prenant une Pyramide deux fois, ou bien qu'on n'en oublie quelqu'une, je ſuis d'avis avant que de proceder à la meſure du Corps irregulier, que l'on marque avec de la craye ou pierre noire, toutes les ſuperficies qui conſtituent l'angle ſolide,

auquel tous les ſommets des Pyramides s'aſſemblent : Et auſſi les autres ſuperficies pour baſes par ces nombres 1, 2, 3, 4, &c. Ce qui étant fait, il n'y aura plus qu'à reïterer par pluſieurs fois la regle precedente pour avoir la ſolidité du Corps irregulier.

*Exemple.*

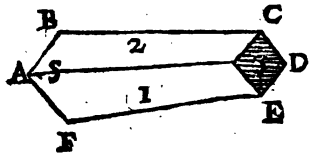



Soit le Corps irregulier ABCDEF, propoſé à meſurer, lequel eſt en forme du coing, avec lequel on fend du bois, borné de cinq ſuperficies. Premierement en prenant l'angle ſolide B pour le ſommet des Pyramides, je le marque de cette lettre S, qui ſignifie ſommet, puis conſiderant que cet angle eſt compris de trois ſuperficies, je marque les deux autres qui ne ſervent point à la conſtitution de cet angle ſolide, de 1, 2, & par conſequent je reconnois que ce Corps ſolide peut être diviſé ſeulement en deux Pyramides; le contenu deſquelles étant trouvé par les precedentes, on aura la ſolidité entiere

du Corps irregulier qu'il falloit meſurer.

*Exemple ſecond.*

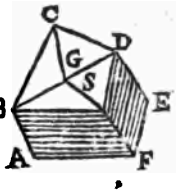
Soit encore le Corps irregulier A B C D E F propoſé à meſurer, lequel eſt borné de ſix ſuperficies. Premierement en prenant l'angle ſolide A pour ſom-




met des Pyramides, je les marque, comme auparavant de cette lettre S, qui ſignifie ſommet, puis conſiderant que cet angle eſt compris de trois ſuperficies, je marque les trois autres pour baſes des Pyramides qu'il faut meſurer par ces nombres 1, 2, 3, & ainſi je connois que ce Corps ſolide comprend trois Pyramides, puiſqu'il y a trois baſes, la ſolidité deſquelles étant trouvée, comme il a été enſeigné, & jointe enſemble, on aura le contenu de tout le Corps irregulier A B C D E F, qu'il falloit meſurer.

*Exemple*

*Exemple troiſiéme.*



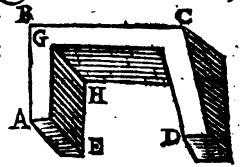

Soit en troiſiéme lieu propoſé à meſurer la ſolidité du Corps A B C D E F G borné de 9 ſuperficies ; Premierement en prenant l'angle ſolide G, pour ſommet des Pyramides, je le marque de cette lettre S, qui ſignifie ſommet : puis conſiderant que cet angle eſt compris de 4 ſuperficies, je marque les cinq autres pour baſes des Pyramides qu'il faut meſurer par les nombres 1, 2, 3, 4, 5. Ce qui étant fait, je connois que ce Corps irregulier contient 5 Pyramides, la ſolidité deſquelles étant trouvée & ajoûtée on peut avoir au vray le contenu du Corps A B C D E F G qu'il falloit meſurer.

*Scholie. Il eſt libre de choiſir tel angle qu'on voudra pour le ſommet des Pyramides, mais l'operation en eſt plus courte, quand on choiſit l'angle ſolide pour ſommet qui eſt compris de plus de ſuperficies. Car ainſi le Corps eſt reduit en moins de Pyramides. Comme en l'Exemple precedent, ſi au lieu de l'angle*

*ſolide G, qui eſt compris de quatre ſuperficies, on eût pris l'angle A, qui ſeulement eſt compris de trois, ce Corps eût été reduit en 6 Pyramides, le calcul deſquelles eût été plus long qu'en prenant l'autre angle qui le reduit en cinq ſeulement, comme nous avons fait.*

*Exemple quatriéme.*

Quelquefois le Corps que l'on veut meſurer eſt ſi irregulier, que l'on ne peut pas tirer des lignes droites de l'angle ſolide, que l'on prend pour ſommet des Pyramides, à toutes les extrémitez des baſes pour former ces Pyramides ſans ſortir hors la ſolidité du Corps. Et alors il ne faut pas s'étonner ſi cette ſorte de Corps eſt difficile à meſurer. Car comme on ne peut pas reduire toutes les figures planes rectilignes en triangles, en tirant des lignes droites d'un même angle, ſans ſortir hors de la ſuperficie: Auſſi on ne peut pas reduire toutes ſortes de Corps en Pyramides, en prenant un même angle ſolide pour ſommet ſans ſortir hors de la ſolidité du Corps. Ce que je dis paroît à l'œil en cette figure, dans laquelle ſi on conſidere ſeulement




la ſuperficie ABCD on verra qu'il eſt impoſſible de la reduire en triangles, en tirant des lignes d'un même point ſans ſortir hors de ſa ſolidité. Pareillement ſi l'on conſidere tout le Corps ABCDEHG, on ne pourra jamais le reduire en Pyramides qui ayent un angle ſolide commun, parce que de quelque angle que l'on prenne pour ſommet, on ne pourra jamais tirer des lignes droites aux extrémitez des baſes que quelques-unes ne ſortent hors de la ſolidité du Corps. Mais ſi on le conçoit diviſé en deux pieces par le Plan BGH, alors il ſera aiſé de juger qu'il y a neceſſairement deux angles ſolides, pour ſommets des Pyramides, ſçavoir le point B, pour la piece ABGHE, & l'autre au point C pour l'autre partie du Corps irregulier. Et ainſi on connoîtra qu'il n'y aura plus qu'à meſurer les trois Pyramides de la petite piece, & les cinq de la plus grande, & les ajouter enſemble pour avoir le contenu de tout le Corps irregulier.

*Scholie. S'il arrive que l'on veüille meſurer quelque petit Corps irregulier, borné de pluſieurs ſuperficies à cauſe de la difficulté qui s'y pourroit rencontrer, il faudra ſe ſervir de la methode que je donneray au Chapitre des Corps irreguliers de toutes ſortes.*

### *De la meſure des Corps bornez de ſuperficies planes & courbes.*

IL y a pluſieurs Corps reguliers qui ſont bornez de ſuperficies planes & courbes, comme ſont le Cylindre ou Colomne, & les Cones. Les irreguliers ſont infinis, & ſans regle particuliere, comme on pourra voir à la fin de ce Chapitre.

## PROPOSITION XV.

*La baſe d'une Colomne ou Cylindre étant donnée avec la hauteur, trouver ce que contient la ſolidité.*

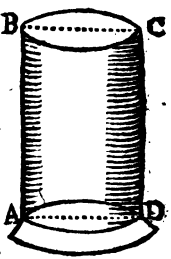
LEs Colomnes ou Cylindres c'eſt la même choſe, il eſt vray que ce mot de Cylindre eſt pris ordinairement pour un petit Corps, la Colomne

pour un plus grand, voicy la regle qui les meſure.

*Regle.*

*Si la baſe de la Colomne ou Cylindre eſt multipliée par la hauteur, le produit donnera la ſolidité.*

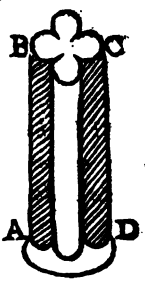
*Exemple.*




Soit le Cylindre ABCD une Colomne de pierre de taille, la ſolidité de laquelle on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de la baſe AD, & de la hauteur DC: pour ce faire, ſuppoſons que la baſe AD, ſoit de 3 toiſes 8 primes, & la hauteur DC, de 6 toiſes 4 primes. Selon la regle je multiplie 38′, par 64′ & j'ay 243′2″ pour la ſolidité de la Colomne, qui ſignifient 24 toiſes, & 3′2″, qui ſur ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur de la toiſe montre 69 pieds cubes ou environ. Ainſi la ſolidité de la Colomne ABCD, eſt de 24 toiſes & 69 pieds cubes aſſez preciſément.

On peut ajouter à cette Propoſi-

tion la meſure de la ſolidité des Colomnes & Pilliers diverſement entaillez, comme il ſe voit aux Temples, & autres Edifices. Car encore qu'il ſemble que ces Corps ne ſoient pas reguliers, ils ſont neanmoins du nombre, comme ayant leur regle commune avec les priſmes, dont ils ſont une eſpece : par exemple la Colomne entaillée A B C D, ſe meſure comme les priſmes, en multipliant la ſuperficie de la baſe par la hauteur.




*Demonſtration.*

IL n'y a point de demonſtration pour prouver que la ſuperficie de la baſe étant multipliée par la hauteur, produit la ſolidité de tout priſme que ce ſoit, parce que c'eſt un principe aux ſolides, comme aux ſuperficies, que tout rectangle eſt compris ſous deux lignes qui conſtituent un angle droit

*Scholie. Je pouvois en faiſant mention de la meſure des priſmes, meſurer tout*

*d'une ſuite la ſolidité de la Colomne, puiſqu'elle en eſt une eſpece. Mais pour ne pas interrompre l'ordre que j'avois commencé, j'ay mieux aimé prendre la peine d'en faire une Propoſition à part, que de la donner avec quelque confuſion parmy la Geometrie des Corps bornez de ſuperficies planes, avertiſſant toutefois que la Colomne de laquelle traitent les Architectes, n'eſt pas un Cylindre d'égale épaiſſeur, & qu'ainſi tant qu'elle a ſa Geometrie à part. a*

*a* Quand la baſe d'un Cylindre eſt un Cercle parfait, ce qui convient à la nature de ſa definition, on ne ſçauroit pas connoître cette baſe ou l'aire du Cercle, à moins que l'on ne connoiſſe le diametre du Cercle: & alors ſans ſe mettre en peine de cette aire, on pourra connoître la ſolidité du Cylindre propoſé en multipliant le quarré du diametre de la baſe du Cylindre par ſa hauteur, & en multipliant le produit toûjours par $7'8''5'''$.

Comme ſi la hauteur du Cylindre eſt de 12 pieds, & le diametre de ſa baſe de 2 pieds, en multipliant le quarré de 2, qui eſt 4, par la hauteur qui eſt 12, on a 48, qui étant multipliez par $7'8''5'''$, il vient $376'8''$, c'eſt à dire 37 pieds cubes, & environ 117 pouces cubes pour la ſolidité qu'on cherche.

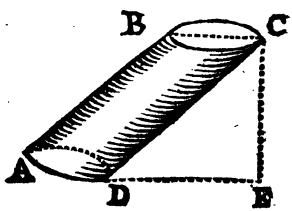
## PROPOSITION XVI.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Colomnes inclinées.*

CEcy eſt rare, ſi toutefois il ſe rencontre qu'il faille meſurer la ſolidité d'une Colomne inclinée pour cela la regle precedente ne variera point. Toutefois il ſera neceſſaire d'en trouver la hauteur, comme il a été enſeigné au traité des lignes.

*Exemple.*

Soit la baſe de la Colomne inclinée AD, de 12 pieds, & la hauteur E C,




de 20, ſelon la regle precedente je multiplie 12 par 20, il vient 240, & d'autant de pieds eſt la ſolidité de la

la Colomne inclinée qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

DAutant que les Colomnes ſont égales qui ont même baſe & même hauteur, la ſolidité de la Colomne inclinée, ſe trouvera en multipliant, comme on a fait cy-devant, la baſe par la hauteur. *a*

*a* Comme la baſe d'un Cylindre incliné eſt ordinairement une Ellipſe, qu'on ne ſçauroit meſurer ſans en connoître le grand & le petit axe : nous enſeignerons icy une maniere particuliere pour trouver tres-exactement la ſolidité de ce Cylindre ſans en connoître la baſe, qui eſt de multiplier enſemble le grand axe, le petit axe, & la hauteur du Cylindre, & de multiplier le produit toujours par $7'8''5'''$, Comme dans le Cylindre droit.

Comme ſi la hauteur du Cylindre incliné eſt de 12 pieds, le grand axe de ſa baſe de 3 pieds, & le petit de 2 : en multipliant ces trois nombres 12, 3, 2, on a ce quatriéme nombre 72, lequel étant multiplié par $7'8''5'''$, on a $565'2''$, c'eſt à dire 56 pieds cubes, & environ 898 pouces cubes pour la ſolidité qu'on cherche.

## PROPOSITION XVII.

### *Comment ſe meſure la ſolidité des Colomnes creuſes.*

LEs Colomnes creuſes ſe rencontrent ordinairement à la meſure des tours, des colombiers & des puits qui ſont ronds, que l'on meſure en trouvant premierement la ſolidité entiere du corps, & en la diminuant du vuide qui ſe meſure de la même façon, pour avoir le contenu de la Colomne creuſe. Mais cette methode étant un peu longue à pratiquer, j'enſeigneray à trouver la ſolidité du mur qui environne l'eſpace vuide, ſans qu'il ſoit beſoin de faire aucune ſouſtraction par cette regle.

*Regle.*

*Si la Couronne du Cylindre ou Colomne creuſe eſt multipliée par la hauteur, le produit donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

SOit la Colomne creuſe B C D A H une tour, un puits, ou un colom-

bier, la ſolidité de laquelle il faut meſurer: pour ce faire, ſuppoſons que la ſuperficie de la Couronne B C D A E F G ſoit de 7 toiſes 5 primes & 4 ſecondes, & la hauteur A H, de 4 toiſes 2 primes, ſelon la regle je multiplie $7\,5'\,4''$ par $42'$, j'ay $3\,16'\,6''\,8'''$, pour la ſolidité du mur qui ſignifient 31 toiſes & $6'\,6''$, qui ſur la ligne des ſolides du Reducteur de la toiſe montre 142 pieds ou environ. Ainſi la ſolidité de ce Corps eſt de 31 toiſes & 142 pieds cubes aſſez preciſément.

*Scholie. Il y a icy deux choſes à remarquer: la premiere que pour faire les operations preciſes, il ne faut pas negliger au calcul les ſecondes, ſi elles s'y rencontrent, principalement aux petites lignes. Que ſi le nombre qui determine le contenu à la fin du calcul a des tierces & des quartes, alors on les pourra rejetter, comme étant d'une valeur inſenſible. Par exemple, la ſolidité de la tour creuſe a été trouvée de* $3\,16'\,6''\,8'''$ *pour lequel nombre on peut prendre*

*316′7″ (en rejettant les tierces, & en augmentant d'une unité la derniere lettre ſi la ſuivante excede 5) lequel nombre ſignifie 31 toiſes & 6′7″, qui valent environ 143 pieds cubes. La ſeconde, qu'encore que la ſuperficie de la couronne de la tour, ou colombier ne paroiſſe pas comme en un puits, on ne laiſſera pas toutefois de trouver le diametre du Cercle moyen, en meſurant par le milieu du colombier ou de la tour, la diſtance qu'il y a depuis la face interieure du mur, juſques à l'extrémité de la porte ou fenêtre: ce qui ſe repreſente icy par la ligne E C: comme auſſi en la derniere Propoſition de la Geometrie des Plans, qui a montré la meſure des couronnes. a*

*a* Si au diametre interieur E G, qui ſoit par exemple de 36 pieds, on ajoute le double 4 de l'épaiſſeur A E, ou E G, que nous ſuppoſons de 2 pieds, on aura 40 pieds pour le diametre exterieur A C, par le moyen duquel & de l'interieur E G, on trouvera la ſolidité du Cylindre creux en cette ſorte.

Multipliez la ſomme 76 des diametres A C, E G, par leur difference 4, & multipliez le produit 304 par la hauteur A H, que nous ſuppoſerons de 25 pieds, pour avoir ce ſecond produit 7600, qu'il faudra

toujours multiplier par 7′8″5‴, pour avoir un troiſiéme produit, qui donnera 5966 pieds cubes pour la ſolidité qu'on cherche.

## PROPOSITION XVIII.

*La baſe d'un Cone étant donnée avec ſa hauteur, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

LA meſure du Cone ne differe en aucune façon de la meſure de la Pyramide, parce qu'il en eſt une eſpece. C'eſt pourquoy la regle des Pyramides ſera icy repetée pour trouver ſon contenu.

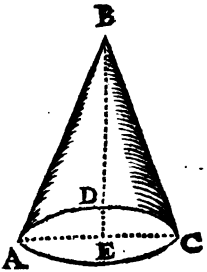
### *Regle.*

*Si le tiers de la baſe du Cone eſt multipliée par la hauteur, le produit en donnera la ſolidité.*

### *Exemple.*

Soit le Cone A B C, le ſommet d'un Clocher, la ſolidité duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a de la baſe A C, & de la hauteur B E: pour ce faire, ſuppoſons que la hauteur B E ſoit de 10 pieds, & la baſe A C, de 113 pieds & 1 prime, le

tiers ſera 37 pieds 7 primes, qui ſelon la regle, étant multiplié par la hauteur 10, le produit donnera 3770′, qui ſignifient preciſément 377 pieds cubes, pour la ſolidité du Cone A B C qu'il falloit meſurer.




## *Demonſtration.*

LE Cone étant une eſpece de Pyramide, la demonſtration n'en eſt pas differente. *a*

*a* Comme l'on ne ſçauroit trouver le contenu de la baſe A D C E, ſans connoître ſon diametre, ou ſa circonference, j'enſeigneray icy une methode particuliere pour trouver la ſolidité d'un Cone par le moyen de ſa hauteur, & du diametre de ſa baſe.

Multipliez le quarré du diametre de la baſe du Cone propoſé par ſa hauteur, & multipliez le produit toujours par 2′6″1‴6⁗, pour avoir la ſolidité du Cone.

Comme ſi la hauteur B E du Cone eſt de 12 pieds, & le diametre A C de ſa baſe de 6, dont le quarré eſt 36, en multipliant ce quarré 36 par la hauteur 12, & le produit

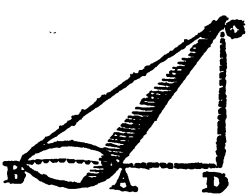
432 par 2′6″1‴6⁗, on a 1130′1″1‴2⁗, qui font 113 pieds cubes, & environ 17 pouces cubes, pour la ſolidité du Cone propoſé A B C.

## PROPOSITION XIX.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Cones inclinez.*

S'Il faut meſurer la ſolidité de quelque Cone incliné comme A B C, on ne laiſſera pas de ſe ſervir de la regle precedente, en obſervant toutefois que ſa hauteur ne ſe trouve pas ordinairement dans la ſolidité du Corps, mais à côté, comme vous voyez dans la figure.

*Exemple.*




Soit la hauteur du Cone incliné C D de 12 pieds, & la baſe B A, de 60, le tiers ſera 20, qui étant multiplié ſelon la regle precedente par la hauteur 12, le produit donnera 240 pieds, pour

la ſolidité du Cone incliné qu'il falloit meſurer.

### *Demonſtration.*

DAutant que les Cones ſont égaux, qui ont même baſe & même hauteur, la ſolidité du Cone incliné ſe trouvera en multipliant, comme on a fait cy-devant, le tiers de la baſe par la hauteur. *a*

*a* Si la baſe A B de ce Cone incliné eſt une Ellipſe, ce qui luy fait perdre en quelque façon le nom de Cone, il faut avoir égard à la longueur & à la largeur de cette baſe, c'eſt à dire, au grand & au petit axe de l'Ellipſe, & trouver la ſolidité du Cone incliné en cette ſorte.

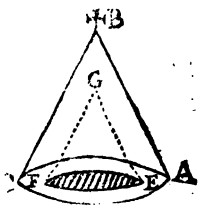
Multipliez enſemble le grand axe, le petit axe, & la hauteur du Cone, & multipliez le produit toujours par $2'6''1'''6''''$.

Comme ſi la hauteur C D eſt de 12, le grand axe A B de 4, & le petit de 3, en multipliant enſemble ces trois nombres 12, 4, 3, on a ce quatriéme nombre 144, lequel étant multiplié par $2'6''1'''6''''$, on a $376'7''0'''4''''$, c'eſt à dire 37 pieds cubes & environ 116 pouces cubes pour la ſolidité qu'on cherche.

## PROPOSITION XX.

### *Comment ſe meſure la ſolidité des Cones creux.*

QUi ſçait meſurer la ſolidité des Cones entiers, ſans difficulté meſurera auſſi le Cone creux, dautant qu'ayant connu la ſolidité entiere, s'il en ôte ce qui eſt vuide, le reſte donnera la ſolidité du Cone creux. Soit par exemple, le Cone creux A B C F E G un Clocher de pierre de taille, la ſolidité duquel on deſire ſçavoir. Pour ce faire par la precedente on trouvera la ſolidité de tout le corps A B C, duquel ſi on en ôte par la même le vuide G E F, le reſte donnera le contenu du Cone creux qu'il falloit meſurer. *a*




*a* Comme pour trouver la ſolidité de tout le Cone A B C, il faut multiplier ſa baſe A C, par le tiers de ſa hauteur : de même pour trouver le contenu du Cone interieur E G F, il faut multiplier ſa baſe E F par le tiers de

ſa hauteur, laquelle on aura en cherchant au diametre de la baſe A C, au diametre de l'autre baſe E F, & à la hauteur du Cone A B C, une quatriéme proportionnelle.

Mais ſans ſe mettre en peine de la hauteur du Cone interieur E G F, ny des baſes A C, E F, deſquelles neanmoins on doit connoître les diametres, on connoîtra la ſolidité du Cone creux, par cette regle, qui ne manquera jamais.

*Regle.*

*Multipliez la difference des Cubes des deux diametres interieur & exterieur par 157 fois la hauteur de tout le Cone, & diviſez le produit par 600 fois le grand diametre.*

*Exemple.*

Suppoſons que la hauteur du Cone A B C ſoit de 36 pieds, le grand diametre A C de 12, & le petit E F de 9. Les Cubes de ces deux diametres ſont 1728, 729, dont la difference 999 étant multipliée par 157 fois 36, c'eſt à dire par 5652, & le produit 5646348 étant diviſé par 600 fois 12, ou par 7200, on aura 784 pieds cubes, & environ 371 pouces cubes pour la ſolidité du Cone creux A B C, que l'on ſuppoſe par tout d'une égale épaiſſeur, c'eſt à dire les deux lignes G E, G F, paralleles aux deux B A, B C.

## PROPOSITION XXI.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Cones tronquez.*

LA methode ordinaire eſt de trouver premierement par artifice, ou par le calcul, qu'elle pouvoit être la hauteur entiere du Cone, avant qu'il fut tronqué : car cette hauteur étant connuë : on trouve par la precedente qu'elle eſt la ſolidité de tout le corps, de laquelle ſi on en ſouſtrait le Cone qui manque, le reſte donne le contenu de celuy qui a été tronqué. Mais cette operation eſt fort ennuyeuſe, & ſujette à y faillir, c'eſt pourquoy je ſuis d'avis que l'on ſe ſerve plûtôt de cette regle.

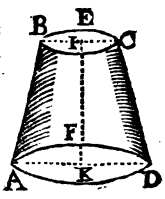
*Regle.*

*Si à la ſomme des deux baſes du Cone tronqué, on ajoute une ſuperficie moyenne, le tout étant multiplié par le tiers de la hauteur, donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

Soit le Cone tronqué A B C D, une

cuve ou autre vaiſſeau, la capacité de laquelle on deſire ſçavoir, par la co-u noiſſance que l'on a de la ſuperficie des deux baſes B C, A A D, & de la hauteur K I: pour ce faire, ſuppoſons que la baſe B C ſoit de 50 pieds & A D de 804, la ſuperficie moyenne entre 50 & 804 eſt 200 aſſez preciſément, (ce qui ſe trouve en tirant la racine quarrée du produit de 50 par 804) ajoutez 50, 804, & 200, vous aurez 1054, qui étant multipliez; ſelon la regle, par le tiers de la hauteur 2, donnent 2108, pour la ſolidité ou capacité du Cone tronqué A B C D qu'il falloit meſurer.




Il importe fort peu que le Cone tronqué ſoit droit ou oblique & incliné: car la regle ſera toujours la même.

*Autrement par cette Regle.*

*Si on multiplie les demy diametres des deux baſes l'un par l'autre, & que*

*l'on ajoûte au produit le tiers du quarré de leur difference, cette ſomme étant multipliée par la hauteur, fera un nombre, le triple duquel avec ſa ſeptiéme partie ſera la ſolidité qu'on cherche.*

*Exemple.*

Suppoſons que les deux demy diametres des deux baſes, ſoient 16, & 4, étant multipliez enſemble, ils feront 64, auſquels ſi on ajoute le tiers du quarré 144 de leur difference 12, c'eſt à dire 48, la ſomme ſera 112, qui étant multiplié par la hauteur 6, fait 672, le triple duquel nombre 2016, avec ſa ſeptiéme partie 97, font un tout de 2112, pour la ſolidité du Cone tronqué. *a*

*a Encore autrement par cette Regle.*

*Ajoutez enſemble les deux diametres A D, B C, & du quarré de leur ſomme, ôtez-en leur produit, pour avoir un nombre qu'il faudra multiplier toujours par 157 fois la hauteur K I, & diviſer le produit toujours par 600.*

Comme icy les deux diametres A D, B C, ayant été ſuppoſez de 32, & 8, & la hauteur K I de 6: la ſomme de ces deux diametres eſt 40, & ſon quarré eſt 1600, duquel ôtant le produit 256 des deux mêmes diametres, il reſte 1344, qui étant mul-

tiplié par 157 fois la hauteur, c'eſt à dire par 942, & le produit 1266048 étant diviſé par 600, on a 2110 $\frac{2}{15}$ pour la ſolidité qu'on cherche.

*Derniere Regle.*

*Ou bien encore ajoutez enſemble les quarrez des deux diametres, & le produit des mêmes diametres, & ayant multiplié la ſomme par la hauteur K I, multipliez le produit toujours par* $2'6''1'''6''''$.

Ainſi ajoutant enſemble 1024, 64, 256, & multipliant la ſomme 1344 par la hauteur 6, & le produit 8064 par $2'6''1'''6''''$, on a $21095'4''2'''4''''$ pour la ſolidité du Cone tronqué A B C D.

*Scholie. Le vulgaire des Geometres commet deux erreurs conſiderables en la meſure des Cones tronquez : comme pour ſçavoir la capacité d'une cuve, les uns égalent les diametres des deux Cercles, les autres les ſuperficies. Ceux qui égalent les diametres trouvent la ſolidité moindre : ceux qui égalent les ſuperficies des Cercles, la rendent trop grande, & l'excés des uns comparé au defaut des autres, eſt en raiſon double à l'égard de la vraye ſolidité. Par exemple, ſi la vraye ſolidité du Cone tronqué, eſt de 2108 pieds, comme nous avons*

*trouvé : ceux qui égalent les diametres trouveront* 1884, *& ceux qui égaleront les ſuperficies trouveront* 2562, *& ainſi l'excés de celuy-cy, ſur la juſte ſolidité* 2108 *eſt de* 454, *qui eſt environ le double du defaut de l'autre* 224, *qui eſt une erreur de conſequence. Voicy donc la methode des premiers, ils prennent les deux diametres* 8, *&* 32, *ils les ajoutent & en font* 40, *& prennent la moitié* 20, *pour diametre égalé, l'aire duquel eſt de* 314, *qu'ils multiplient par la hauteur* 6, *& trouvent pour la ſolidité* 1884, *qui eſt moindre de* 224, *les autres ajoutent les ſuperficies des Cercles* 50 *&* 804, *& en font* 854, *la moitié* 427, *eſt la ſuperficie égalée, qu'ils multiplient par la hauteur* 6, *& trouvent pour la ſolidité* 2562, *qui excede de* 454, *& ainſi on voit que les uns & les autres ſe trompent. Il eſt vray que par les deux ſoliditez trouvées qui ſont fauſſes, ils pourroient trouver la vraye, en ôtant la plus petite* 1884, *de la plus grande* 2562, *& ajoutant le tiers du reſte qui eſt* 226, *à la plus petite* 1884, *car l'addition de ce tiers donneroit* 2110, *qui ſeroit la vraye ſolidité. Neanmoins*

*les nombres ne reſtituent plus* 2108, *à cauſe qu'ils n'ont pas été précis.*

## PROPOSITION XXII.

*Comment ſe meſure la ſolidité des Cones tronquez qui ſont creux.*

LA vraye methode de meſurer les Cones tronquez qui ſont creux, ſoit qu'ils ſoient d'une épaiſſeur égale, ou inégale, eſt de meſurer la ſolidité entiere, puis en ôter le vuide. Car ainſi le reſte donnera ce que l'on deſire. Mais quand ils ſeront d'une égale épaiſſeur, on operera plus promptement par cette regle.

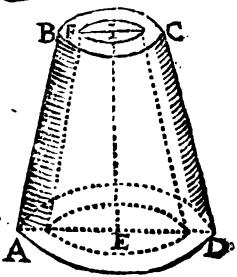
*Regle.*

*Si on multiplie la ſomme des deux demy diametres, le plus grand & le plus petit, (ou des deux moyens) par la largeur de la couronne, le produit étant multiplié par la hauteur, fera un nombre, le triple duquel avec ſa ſeptiéme partie donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

Suppoſons que le plus grand demy diametre

diametre A E ſoit de 6 pieds, le plus petit F I de 2, la ſomme ſera 8, qui étant multipliée par la largeur de la couronne 2, fait 16, qui derechef étant multiplié par la hauteur I E 12 fait 192, le triple duquel 576 étant augmenté de la ſeptiéme partie qui eſt 27, donne 603, pour la ſolidité du Cone tronqué, qui eſt creux, & d'égale épaiſſeur, qu'il falloit meſurer.




*Scholie. Il y en a qui multiplient la ſomme des deux couronnes par la moitié de la hauteur, pour avoir la même ſolidité, mais le calcul eſt plus long que le precedent.* a.

a Pour avoir un calcul tres-exact & tres-court, multipliez toujours par 157 fois la hauteur H I l'excés de la ſomme du produit & des quarrez des deux diametres exterieurs A D, B C, ſur la ſomme du produit & des quarrez des deux interieurs H O, F G, & diviſez le produit toujours par 600.

Ainſi parce que nous avons ſuppoſé la hauteur E I de 12 pieds, le diametre A D de 12, H O de 8, B C de 8, & F G de

4 : la ſomme du produit 96 & des quarrez 144, 64 des diametres A D, B C, eſt 304, & la ſomme du produit 32 & des quarrez 64, 16, des diametres H O, F G, eſt 112, laquelle étant ôtée de la ſomme precedente 304, on a l'excés 192, lequel étant multiplié par 157 fois la hauteur E I, c'eſt à dire par 1884, & le produit 361728 étant diviſé par 600, on a 602 $\frac{22}{25}$ pour la ſolidité qu'on cherche.

## *De la meſure des Corps bornez de ſuperficies courbes.*

LE contenu des Corps bornez de ſuperficies courbes, n'a été juſques aujourd'huy trouvé preciſément, ſoit que les Corps ſoient reguliers, ſoit qu'ils ſoient irreguliers, ce qui vient de ce que l'on n'a pas trouvé la vraye ſuperficie du Cercle : car ſi cela eût été, la Sphere, le Cylindre, le Cone, & pluſieurs autres Corps ſeroient meſurez preciſément, au lieu que les Geometres ſe contentent de trouver leur ſolidité à peu prés, tantôt par un defaut, tantôt par un excés, qui approche toutefois ſi prés de la juſte meſure, que cette difference eſt negligée, pour être de petite conſequence.

## PROPOSITION XXIII.

*Le diametre d'une Sphere étant donné, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

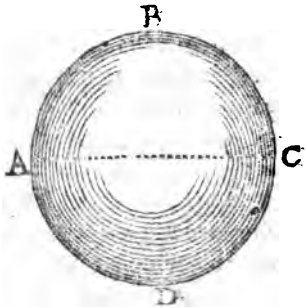
LA raiſon du diametre du Cercle à la circonference ayant été juſques aujourd'huy inconnuë, a été cauſe que l'on n'a pû juſtement trouver la ſuperficie du Cercle, ny enſuite la ſuperficie ny la ſolidité d'une boule : Et ainſi les Geometres ont de coutume de donner deux regles, la premiere deſquelles enſeigne à trouver la ſolidité de la Sphere un peu plus grande qu'il ne faut, & l'autre un peu plus petite, afin qu'ayant connu le plus & le moins, ſi c'eſt quelque matiere de conſequence que l'on veüille meſurer, on puiſſe prendre quelque milieu, pour avoir la ſolidité plus préciſe. Mais dautant que ces regles obligent à faire une regle de Trois, où la multiplication & la diviſion ſont neceſſaires, au lieu de ces deux regles, en voicy une qui trouve la ſolidité par la ſeule multiplication.

*Regle.*

*Si le cube du diametre de la Sphere eſt multiplié par 5′2″3‴6⁗, le produit en donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

Soit la Sphere A B C D, une boule, la ſolidité de laquelle on déſire ſçavoir, par la connoiſſance que l'on a du diametre A C : pour ce faire, ſuppoſons que le diametre A C, ſoit de 12 pieds, ſon cube ſera 1728.,




qui ſelon la regle, étant multiplié par 5′2″3‴6⁗, donnera 9047′8″0‴8⁗, qui ſignifient 904 pieds, & 7′8″ (les autres parties étant de nulle conſe-

quence) qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur du pied, montre 1347 pouces ou environ. Ainſi la ſolidité de la boule ABCD, eſt de 904 pieds & 1347 pouces ſolides aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

POur entendre la raiſon de cette operation, il faut ſçavoir que quand le diametre d'une Sphere eſt 1, la ſolidité eſt de $5'2''3'''6''''$ aſſez preciſément, ce qui étant connu, la demonſtration ſera telle. Dautant que les Cubes des diametres des Spheres & leurs ſoliditez, ſont des figures ſemblables, ils auront la raiſon triplée de leurs côtez homologues, & par conſequent les Cubes des diametres ſeront en même raiſon, que les ſoliditez des Spheres : c'eſt pourquoy par la regle de Proportion, comme le Cube du plus petit diametre, eſt au Cube du plus grand, ainſi la ſolidité de la petite Sphere ſera à la ſolidité de la plus grande que l'on cherche. Mais le Cube du plus petit diametre, qui eſt le premier proportionnel eſt 1, qui ne

diviſe point. Il n'y a donc qu'à multiplier le Cube du plus grand diametre, par la ſolidité de la petite Sphere, qui eſt $5^t 2^{II} 3^{III} 6^{IIII}$, pour avoir la ſolidité de la Sphere que l'on cherche, ce qu'il falloit demontrer.

## PROPOSITION XXIV.

*La Circonference du plus grand Cercle de la Sphere étant donnée, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

SI l'épaiſſeur de la Sphere empêche que l'on ne puiſſe commodément meſurer le diametre, qu'on en prenne la circonference, & par cette regle on trouvera ſa ſolidité.

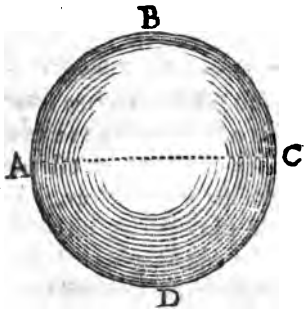
*Regle.*

*Si le Cube de la circonference de la Sphere eſt multiplié par* $1^{II} 6^{III} 8^{IIII} 7^{V}$, *le produit donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

Soit la même boule A B C D, la ſolidité de laquelle on deſire ſçavoir, par la circonference du plus grand Cercle : pour ce faire, ſuppoſons que

le plus grand circuit de la boule ſoit de 37 pieds 7 primes, ſon Cube ſera $53582\,6'3''3'''$, qui étant multiplié, ſelon la regle par $1''6'''8''''7^{v}$ donnera $9039'3''9'''0^{v}2^{v}8^{vi}7^{vii}1^{viii}$, qui ſignifient 903 pieds & $9'3''$ ( le reſte




étant inſenſible ) qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur du pied, donne 1607 pouces ſolides ou environ. Ainſi la ſolidité de la boule eſt de 903 pieds, & 1607 pouces aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

POur entendre encore la raiſon de cette operation, il faut ſçavoir que

quand la circonference du plus grand Cercle d'une Sphere eſt 1, ſa ſolidité eſt de $1''6'''8''''7^{v}$ aſſez preciſément : ce qui étant connu, la demonſtration ſera telle.

Dautant que les Cubes des circonferences des plus grands Cercles des Spheres, & leurs ſoliditez ſont des figures ſemblables, ils auront la raiſon triplée de leurs côtez homologues ; & par conſequent les Cubes des circonferences ſeront en même raiſon que les ſoliditez des Spheres. C'eſt pourquoy par la regle de proportion, comme le Cube de la plus petite circonference, eſt au Cube de la plus grande, ainſi la ſolidité de la petite Sphere, eſt à la ſolidité de la plus grande que l'on cherche. Mais le Cube de la plus petite circonference qui eſt le premier proportionnel eſt 1, qui ne diviſe point. Il n'y a donc qu'à multiplier le Cube de la plus grande circonference par la ſolidité de la petite Sphere, qui eſt $1''6'''8''''7^{v}$, pour avoir la ſolidité de la Sphere que l'on cherche, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. La methode ordinaire eſt de multiplier le Cube de la circonference par*

*par 49, & diviſer le produit par 2904, pour avoir la ſolidité un peu trop petite. On bien on multiplie le Cube de la circonference par 5041, puis on diviſe le produit par 298374, pour avoir une ſolidité un peu plus grande. Mais l'une & l'autre operation oblige à la diviſion, ce que l'on évite par la regle que j'ay donnée, outre que le plus ſouvent il arrive des parties qui donnent de la peine à la reduction: ce qui n'arrive jamais à ceux qui ſe ſervent de ces nombres Geometriques.*

## PROPOSITION XXV.

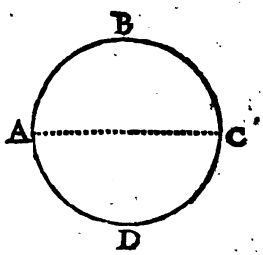
*La ſuperficie du plus grand Cercle étant donnée avec le diametre, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

IL y a pluſieurs regles pour trouver la ſolidité de la Sphere outre les precedentes : mais je me contenteray d'en ajouter encore deux, pour ſatisfaire aux amateurs de cette ſcience; la premiere ſe pratique par cette regle.

*Regle.*

*Si le double du diametre eſt multiplié par le tiers de la ſuperficie du plus grand Cercle, le produit donnera la ſolidité.*

*Exemple.*




Suppoſons que la ſuperficie du plus grand Cercle ſoit de 18 pieds, & le diametre AC de 4 pieds 8 primes, le double ſera 96′, qui ſelon la regle, étant multiplié par le tiers de 18, qui eſt 6, on aura 576′, qui ſignifient 57 pieds, & 6′, qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur du pied, donne 1036 pouces ou environ: ainſi la ſolidité de la Sphere ABCD ſera de 57 pieds & 1036 pouces aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

VOyez la trente-ſeptiéme du premier Livre d'Archimede, &

l'onziéme du 12. d'Euclide.

*Scholie. Il y a encore quelque utilité dans la diviſion denaire pour ſçavoir ce que vaut le reſte en mettant au deſſous, ou ſous-entendant,* 10, 100, *ou* 1000, *à raiſon que les reſtes contiendront des primes, ſecondes, ou tierces : car en ce faiſant, on pourra juger en gros qu'elle en eſt la valeur aux matieres de peu d'importance : comme s'il reſte* 25 *ou* 24, *on dira que c'eſt un quart, ſi* 49 *ou* 50, *un demy, ſi* 40, *deux cinquiémes, & ainſi des autres.*

## PROPOSITION XXVI.

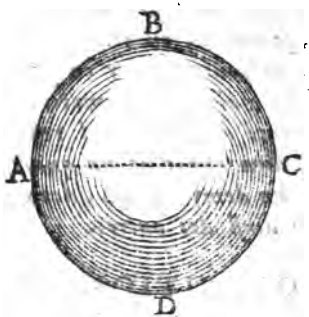
*La ſuperficie convexe de la Sphere étant donnée avec le diametre, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

VOicy la derniere methode que je donneray, qui ſe met en pratique par cette Regle.

*Regle.*

*Si la ſixiéme partie de la convexité de la Sphere eſt multipliée par le diametre, le produit donnera la ſolidité.*

Suppoſons que la ſuperficie convexe de la Sphere ſoit de 72 pieds, la ſixiéme partie ſera 12, qui ſelon la regle, étant multipliée par le diame-




tre 48', le produit donnera 576' pour ſa ſolidité, qui ſignifient, comme cy-deſſus, 57 pieds, & 1036 pouces ſolides aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

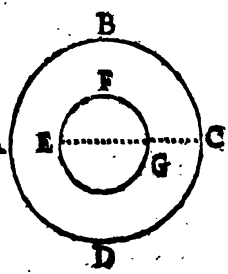
CEcy ſe collige de la 31. & 32. Propoſition du 1. d'Archimede, de la Sphere & du Cylindre.

## PROPOSITION XXVII.

*Comment ſe meſure la ſolidité d'un Orbe.*

L'Orbe eſt une Sphere creuſe, qui ſe meſure en ôtant le vuide de la ſolidité entiere.

*Exemple*




Soit le diametre AC de 48′, la ſolidité de la Sphere ſera par les precedentes de 576′, de laquelle ſi on en ôte la ſolidité du vuide, qui a 24′ de diametre, ſçavoir 72′, reſteront 504′ pour la ſolidité de l'Orbe ACBD, qu'il falloit meſurer. *a*

*a* Sans être obligé de trouver les ſolidités des Spheres, il n'y a qu'à multiplier la difference des Cubes des diametres AC, EG, toujours par 157, & diviſer le produit toujours par 500.

Comme icy ayant ſuppoſé le diametre AC

de 48', & le diametre E G de 24, leurs Cubes ſeront 1105'9"2"', 138'2"4"', dont la difference 967'6"8"', étant multipliée par 157, & le produit 151925'7"6"', étant diviſé par 300, on aura 50 pieds cubes, & environ 1105 pouces cubes pour la ſolidité qu'on cherche.

Pour éviter la diviſion, on pourra multiplier la difference des Cubes des deux diametres toujours par 5'2"3"', pour avoir du premier coup la ſolidité de l'Orbe propoſé.

## *De la meſure des parties de la Sphere.*

ON croira que les Propoſitions ſuivantes ne ſont pas en leur lieu, parce qu'elles ne ſont pas toutes bornées de ſuperficies courbes. Mais ayant conſideré qu'elles ſont des parties de la Sphere, j'ay crû qu'il les falloit plûtôt icy ranger, qu'en autre endroit.

## PROPOSITION XXVIII.

### *Comment ſe meſure la ſolidité d'un Hemiſphere.*

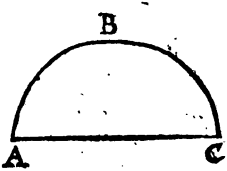
QUi ſçait meſurer la Sphere, n'a qu'à prendre la moitié du con-

tenu, pour ſatisfaire à cette Propoſition : voïcy toutefois la regle entre pluſieurs que j'eſtime la plus facile.

*Regle.*

*Si le diametre de la Sphere eſt multiplié par le tiers de la ſuperficie du plus grand Cercle, le produit donnera la ſolidité.*

*Exemple.*




Suppoſons que la ſuperficie du plus grand Cercle en la Sphere ſoit de 18, à cauſe de l'axe qui a 48′ le tiers ſera 6, qui étant multiplié, ſelon la regle, par 48′, il vient 288′, pour la ſolidité de l'Hemiſphere ABC qu'il falloit meſurer. *a*

*a* Pour n'être pas obligé de connoître la ſuperficie de la Sphere, dont on connoît le diametre, il faudra multiplier le Cube de ce diametre toujours par 2′6″2‴, pour avoir la ſolidité de l'Hemiſphere propoſé.

Comme icy le diametre A C étant ſuppoſé de 48′, ſon Cube ſera 110592‴, lequel étant multiplié par 2′6″2‴, on aura 289′ 7″5‴ pour la ſolidité qu'on cherche.

## PROPOSITION XXIX.

*Comment ſe meſure la ſolidité d'un ſecteur de Sphere.*

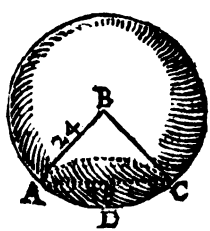
LE Secteur d'une Sphere eſt un corps ſolide compoſé d'une portion de Sphere, & d'un Cone qui a même baſe avec ladite portion, le côté duquel eſt égal au demy diametre de la Sphere, lequel ſe meſure par cette Regle.

*Regle.*

*Si le côté du Cone du Secteur eſt multiplié par le tiers de la ſuperficie convexe de la portion de la Sphere, le produit en donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

Suppoſons que la ſuperficie convexe de la portion de la Sphere ADC, ſoit de 1050 pieds, le tiers ſera 350, qui étant multiplié par le côté AB, 24, donnera



8400, & d'autant de pieds ſera la ſolidité du Secteur A B C D, qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

VOyez la Propoſition quarante-deuxiéme d'Archimede du premier Livre de la Sphere & du Cylindre. *a*

*a* Sans qu'il ſoit beſoin de chercher la ſuperficie de la portion de Sphere A D C, multipliez le quarré de la corde de la moitié de l'arc A D C par le côté B A ou B C du Secteur, c'eſt à dire par le rayon de la Sphere, & multipliez le produit toujours par 10'4"7"', pour avoir la ſolidité aſſez exacte du Secteur propoſé A B C D.

Comme ayant ſuppoſé icy le côté A B de 24 pieds, ſi l'on ſuppoſe la corde de la moitié de l'arc A D C de 6 pieds, en multipliant ſon quarré 36 par 24, & le produit 864 par 10'4"7"', on aura 904 pieds cubes, & environ 1036 pouces cubes pour la ſolidité qu'on cherche.

*Scholie. Le petit Secteur A B C D étant trouvé, il ſera aiſé de trouver le reſte de la ſolidité de la Sphere.*

## PROPOSITION XXX.

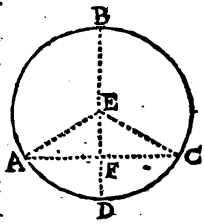
### *Comment ſe meſure la ſolidité d'un ſegment de Sphere.*

LE ſegment de Sphere eſt un corps borné d'une ſuperficie convexe & d'une plane, qui ſe fait quand un Plan paſſe au travers du corps d'une Sphere, laquelle ſe meſure en cette façon. Premierement ſi le Plan paſſe par le centre de la Sphere, il la diviſe en deux ſegmens, dont chacun eſt appellé Hemiſphere, duquel nous avons traité. Que s'il paſſe par un autre endroit, il diviſera la Sphere en deux parties inégales, en un grand & en un petit ſegment. Et ainſi ſi le petit ſegment eſt propoſé à meſurer, ayant trouvé la ſolidité du Secteur par la precedente, il en faudra ôter le Cone, pour avoir la ſolidité du ſegment; & ſi le ſegment excede l'Hemiſphere, il faudra ajouter ce même Cone au grand Secteur.

*Exemple.*

Soit premierement le petit ſegment

ADC proposé à mesurer : pour ce faire, supposons que le Secteur AECDA, soit de 144 pieds, duquel si on en ôte le Cone AEC qui est de 54′8″, le reste donnera 91′2″ pieds pour la solidité du segment ADC qu'il falloit mesurer.




Et si le segment est grand comme ABCA, ayant trouvé par la precedente la solidité du Secteur ABCEA, il n'y aura plus qu'à y ajouter le Cone AEC, pour avoir le contenu du grand segment. *a*

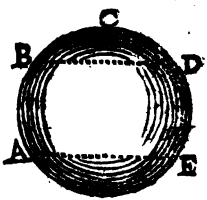
*a* La solidité du Cone AEC est aisée à mesurer, parce que l'on peut aisément au moyen d'un Compas spherique, connoître la grandeur de la corde AC, qui est le diametre de sa base, lequel étant ainsi connu, sa moitié AF sera aussi connuë, dont le quarré étant ôté du quarré AE, qui est le demy diametre de la Sphere, ou le côté du Cone, la Racine quarrée du reste donnera la hauteur EF du Cone.

*Scholie. Archimede en la Proposition 2. du 2. Livre de la Sphere & du Cylindre, trouve la solidité du segment*

*A C D A, par cette proportion : comme la partie de l'axe B F 36', eſt à F B, plus B E 60'; ainſi le Cone qui eſt dans le ſegment A D C 54'8'' ſera à la ſolidité du ſegment A D C A, c'eſt à dire à 91'3''.*

## PROPOSITION XXXI.

*Comment ſe meſure la ſolidité d'une ſection de Sphere.*




POur faire quelque diſtinction entre ſegment de Sphere & ſection, nous avons dit que le ſegment étoit un corps compris ſous une ſuperficie courbe & une plane. Mais la ſection eſt un corps borné de deux ſuperficies planes & d'une zone : comme ſi l'on ſuppoſe que le corps A B C D E, ſoit une Sphere, duquel ſoit retranché par un Plan la partie B C D, elle ſera dite ſegment de Sphere, à l'imitation du ſegment de Cercle. Mais ſi derechef, un autre Plan, comme A E, coupoit la Sphere,

la partie compriſe entre les deux Plans, ſçavoir A B D E A, ſeroit dite ſection de Sphere, pour être bornée de deux Plans, d'une zone, le contenu de laquelle ſe trouveroit, en ôtant du grand ſegment A B C D E A, le petit B C D B : c'eſt pourquoy donner des regles & des exemples, ce ſeroit uſer de redites inutilement.

## PROPOSITION XXXII.

*Les deux diametres d'un Spheroïde étant donnez, trouver ce que contient ſa ſolidité.*

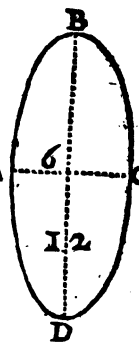
LE Spheroïde eſt un corps ſolide, qui eſt fait par la circonvolution d'une Ellipſe ou Ovale autour de ſon axe immobile, la meſure duquel ſe trouve ainſi.

*Regle.*

*Si l'aire du Cercle qui eſt autour du petit diametre du Spheroide eſt multiplié par la ſixiéme partie du grand, le produit donnera le quart de la ſolidité.*

*Exemple.*

SOit le Spheroïde A B C D, le contenu ou ſolidité duquel on deſire ſçavoir par la connoiſſance que l'on a des deux diametres AC, DB. Pour ce faire, ſuppoſons que le petit diametre ſoit de 6 pieds, l'aire du Cercle ſera de 283′, & le grand diametre étant de 12, la ſixiéme partie ſera 2,




qui ſelon la regle, multipliant 283′, donnera 566′, pour la quatriéme partie du Spheroïde, & ainſi l'entiere ſolidité ſera de 2264′, qui ſignifient 226 pieds, & 4′, qui ſur l'intervalle des ſolides du Reducteur du pied, montre 690 pouces ou environ. Ainſi la ſolidité du Spheroïde A B C D, eſt de 226 pieds & 691 pouces aſſez preciſément.

*Demonſtration.*

DAutant que par la 29. Propoſition d'Archimede au Livre des

Conoïdes & des Spheroïdes, la moitié du Spheroïde eſt double du Cone, qui a pour baſe l'aire du Cercle du petit diametre, & la moitié du plus grand pour la hauteur, ſi on multiplie ladite aire par le tiers de la hauteur qui eſt la ſixiéme partie du plus grand diametre, on aura la ſolidité dudit Cone, qui fait le quart du Spheroïde entier, ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. Si l'aire du petit Cercle eût été multipliée par les deux tiers du grand diametre, le produit eût donné auſſi la ſolidité.* a

a Mais cette ſolidité ſe peut trouvèr plus facilement, & ſans meſurer aucun Cercle, ſçavoir en multipliant le quarré de l'axe A C par l'axe de circonvolution B D, & en multipliant le produit toujours par $5'2''3'''6''''$ comme dans la Sphere.

Ainſi comme nous avons ſuppoſé A C de 6 pieds, & B D de 12, ſi ou multiplie le quarré de A C, qui eſt 36, par B D 12, & le produit 432 par $5'2''3'''6''''$, on aura 226 pieds cubes, & environ 337 pouces cubes pour la ſolidité du Spheroïde propoſé A B C D.

## PROPOSITION XXXIII.

*Comment ſe meſure la ſolidité du ſegment d'un Spheroïde.*

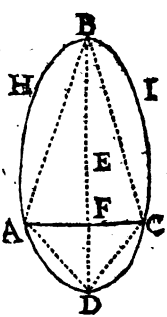
SOit que le ſegment du Spheroïde ſoit petit ou grand, droit ou oblique à l'axe, voicy la regle qui le meſurera.

*Regle.*

*Si le Cone du ſegment du Spheroïde eſt multiplié par le reſte de l'axe augmenté de la moitié, le produit étant diviſé par ce reſte, donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

Soit le ſegment du Spheroïde A C D A propoſé à meſurer: pour ce faire, ſuppoſons que le reſte de l'axe F B ſoit de 9, & la moitié B E 6, le Cone A D C A de 212′, qui ſelon la regle, étant multiplié par le reſte de l'axe 9, augmenté de la moitié 6,




c'eſt

c'eſt à dire par 15, il viendra 5180′, qui étant diviſé par le reſte 9, donne au quotient 353′ pour la ſolidité du ſegment du Spheroïde ADCA, qu'il falloit meſurer.

Que ſi l'on deſire trouver le grand ſegment AHBIC, il faudra premierement trouver la ſolidité du Cone ABCA, qui eſt de 636′, & le multiplier par ED, plus DE, c'eſt à dire par 9, on aura 5724′, qu'il faudra diviſer par le reſte FD 3, le quotient donnera 1908′, pour la ſolidité du plus grand ſegment AHBIC, qu'il falloit meſurer.

*Demonſtration.*

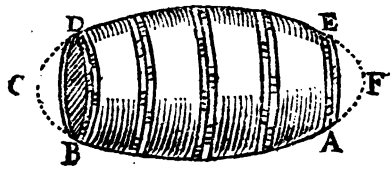
VOyez la 31. & 33. Propoſition d'Archimede au Livre des Conoïdes & des Spheroïdes.

## PROPOSITION XXXIV.

*Comment ſe meſure la ſolidité d'une ſection de Spheroïde.*

CEtte Propoſition eſt tres-utile pour la meſure des muids, qui ordinairement ne ſont autre choſe qu'une

ſection de Spheroïde. Soit, par exemple, le Spheroïde A B C D E F, duquel ſoient retranchez les deux ſegmens B C D, & A F E, il eſt manifeſte que la ſection qui reſte repreſente un muid. Et ainſi ayant trouvé la valeur du Sphe-



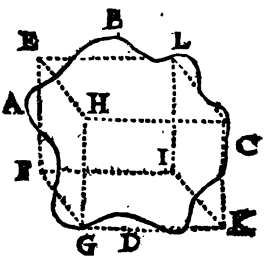

roïde, & le contenu des deux ſegmens, il ſera aiſé à trouver la ſolidité de la ſection de Spheroïde A B D E qu'il falloit meſurer. Voyez à la fin de cette Geometrie, où plus particulierement j'explique l'art de jaugerie.

*Scholie. On pourroit deſirer que je donnaſſe quelque Propoſition du Rhombe ſolide. Mais comme il n'eſt que deux Cones droits joints enſemble, ce ſeroit une choſe ſuperflue d'en traiter icy.*

## *De la meſure des Corps irreguliers bornez de ſuperficies courbes.*

COmme l'on a été toujours à tâtons, pour ainſi dire, pour trouver la meſure des figures planes curvilignes qui étoient irregulieres : on ſera contraint de proceder de la même façon à la Geometrie de ces Corps ; & il eſt beſoin de grand jugement au Geometre pour s'en acquiter comme il faut. Et quoy que cela arrive rarement, quand cela toutefois ſe rencontrera, je ſuis d'avis que le Geometre reduiſe le Corps irregulier en quelque figure approchant de la reguliere : comme Priſme, Cone, Sphere, ou autre, en imaginant des Plans ou Superficies courbes qui traverſent la ſolidité du Corps, & s'ils excedent d'un côté qu'ils recompenſent cet excés en quelque autre endroit par un defaut égal. Ce qui étant fait par imagination, il pourra meſurer par le moyen de ſa prudence la ſolidité d'un Corps irregulier, comme il a fait la ſuperficie des figures planes curvilignes ; en les reduiſant en rectilignes, par des lignes.

droites qui sortent & entrent dans la place : Soit par exemple, le Corps tres irregulier A B C D, qu'il faille mesurer : Pour ce faire, j'imagine un Plan E F G H, coupant une partie




du Corps vers le point A, mais recompensant ce defaut par un excés égal vers les extrémitez qui sont vuides ; puis un autre par le bas FGKI, avec la même consideration. Semblablement j'imagine les quatre autres Plans, passer au travers de quelque partie du Corps avec pareille prudence, que s'ils retranchent quelque chose de la solidité, ils ont aussi du vuide autre part. Et ainsi ce Corps irregulier sera reduit en prisme, la mesure duquel étant connuë, on connoîtra pareillement la solidité du Corps irregulier si on a recompensé également l'excés par le defaut.

*Scholie. Cette methode pourra être pratiquée à la mesure de quelque grand Corps où l'erreur est de petite conse-*

*quence. Car pour les petits, je donneray cy-aprés une autre maniere plus facile & plus certaine pour meſurer tout Corps irregulier.*

*Des Corps irreguliers de toutes ſortes.*

S'Il y a quelque Corps de moyenne groſſeur avec une telle irregularité, qu'il ne puiſſe eſtre meſuré par aucune des Propoſitions precedentes, comme ſont les ſtatuës, les vaſes, les cruches, une piece de rocher & autres : alors les Geometres ſe ſont aviſez d'un tel artifice, qui n'eſt pas à rejetter : Ils cherchent un vaiſſeau, ou en font un de bois avec des ais bien droits, en forme d'un priſme rectangulaire, que quelques-uns appellent parallelipipede, lequel eſt tellement joint, qu'il peut aiſément tenir de l'eau. & ayant mis ce vaiſſeau de niveau, ils mettent au dedans le Corps qu'ils veulent meſurer, puis y verſent autant d'eau qu'elle puiſſe couvrir le Corps : ce qui étant fait, ils marquent d'une pointe le bord de la ſuperficie de l'eau ſur l'un des côtez du vaiſſeau, & ayant retiré le Corps, ils marquent derechef le bord de la

ſuperficie de l'eau au deſſous de la premiere marque: Et enfin ils multiplient la baſe du vaiſſeau par la hauteur ou diſtance des deux marques, pour avoir la ſolidité du Corps irregulier qu'il falloit meſurer.

Que ſi la curioſité porte à meſurer le vuide d'une cruche ou d'un autre vaſe irregulier qui ſoit creux, alors il faudra boucher l'entrée de ce vaſe, & l'emplir, s'il eſt beſoin, afin qu'elle aille à fond, puis le mettre dans le vaiſſeau, & en faiſant comme auparavant, on trouvera l'entiere ſolidité; enfin ſi on vuide la cruche, & qu'on la remette dans l'eau, on aura la ſolidité du vuide de la cruche, en multipliant la baſe du vaiſſeau par la hauteur qui eſt entre l'eau & la premiere marque.

*Demonſtration.*

CEcy ſe demontre aiſément, car en mettant un Corps irregulier dedans l'eau, qui eſt dans un vaſe rectangulaire, le Corps fait monter l'eau d'un priſme qui luy eſt égal; & ainſi il ne faut que multiplier la ſuperficie de l'eau par la hauteur qu'elle a montée,

aprés que le Corps y a été plongé, pour avoir la ſolidité du Corps irregulier.

*De la meſure de la ſolidité des Remparts, Foſſez, & autres Fortifications.*

JE ne veux pas omettre une Geometrie ſi neceſſaire & ſi utile, laquelle juſques aujourd'huy a été embaraſſée d'un calcul aſſez ennuyeux, comme l'on peut voir dans Pitiſcus & Marolois. La facilité que l'on trouvera icy à proportion de ce que les autres ont enſeigné, donnera peut-être du courage aux amateurs de cette ſcience d'en apprendre la methode.

## PROPOSITION XXXV.

*Comment ſe meſure la ſolidité du Rempart qui eſt compris entre le milieu de la courtine & la ligne capitale.*

IL eſt évident que cette partie de Fortification étant connuë, on aura par la ſeule multiplication le contenu de tout le Rempart qui eſt autour de la Ville, ſi la Fortification eſt regu-

liere : voicy donc comment on la trouve : Soit premierement l'Ichnographie du Rempart A B C D E F G H A, depuis le milieu de la courtine A H, juſques à la ligne capitale D E, & ſoit trouvée la baſe du Rempart A B C D E F G H A, puis la ſuperficie ſuperieure, qui luy eſt parallele K L M N O P Q I K, & ces deux ſuperficies étant ajoutées, ſoit priſe la moitié de la ſomme. Secondement ſoient trouvées les baſes des trois Pyramides T V, R S, N X D, deſquelles les ſommets ne ſont pas au deſſus, la ſixiéme partie de leur ſomme ſoit ajoutée avec la precedente moitié. Troiſiémement ſoit ſouſtrait de ce dernier, toute la ſixiéme partie de la ſomme des baſes des trois autres Pyramides Y Z, $\alpha\beta$, E $\gamma$ O, qui ont leur ſommet au deſſus : Et enfin ſoit multiplié ce reſte par la hauteur du Rempart pour en avoir la ſolidité.

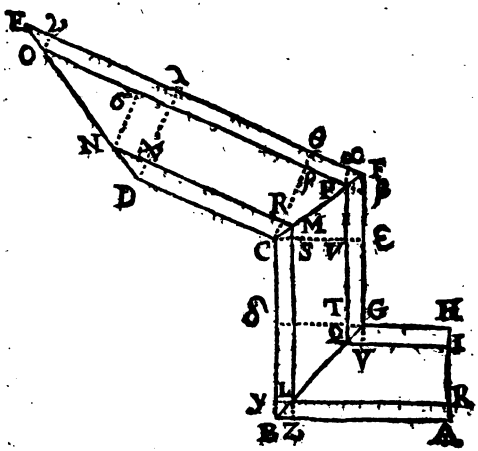
Voila tout l'artifice, par lequel il eſt aiſé à voir l'abregé qu'il y a à comparaiſon du calcul de ceux qui ont traité du même ſujet. Il reſte d'en mettre l'exemple, lequel je prendray ſur la même grandeur des lignes qui ſont dans

dans Marolois, afin que l'on puiſſe voir, que l'on arrive à même fin par un chemin plus court.

On conſiderera donc premierement que la ſuperficie tant de la baſe du rempart que de la ſuperficie ſuperieure qui luy eſt parallele, ſont compoſées chacune de trois trapezes, qui tous trois ſont d'une largeur égale: ainſi pour trouver promptement toutes leurs ſuperficies, il n'y aura qu'à ajoûter toutes les lignes paralleles enſemble, & multiplier la ſomme par la moitié de la largeur. Comme dautant que AB eſt de 282 pieds, BC de 1167′5″2‴, CD de 1200′4″4‴, EF de 300, FG de 100, & GH de 210. La ſomme ſera de 11287′9″6‴, qui étant multipliée par 36, qui eſt la moitié de AH, donne 406366′5″6‴ pour la ſuperficie de la baſe.

On procedera de la même façon pour trouver la ſuperficie ſuperieure du rempart KLMNOPQI, qui eſt parallele à la baſe. Comme dautant que KL eſt de 264 pieds, LM de 1125′6″4‴, MN de 1650′3″3‴, OP de 2800′0″4‴, PQ de 1018′6″1‴, & QI de 218, la ſomme ſera de

11414′6″2‴, qui étant multipliée par 23, qui eſt la moitié de IK, donne 262536′2″6‴, pour la ſuperficie ſuperieure.



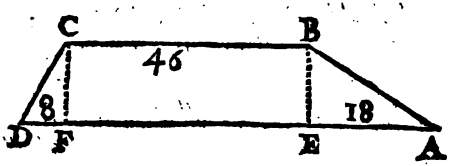

Si donc on ajoute les deux ſuperficies que l'on a trouvées, ſçavoir 406366′5″6‴, & 262536′2″6‴, on aura 668902′8″2‴, à la moitié duquel nombre 334451′4″1‴, ſi on ajoute, comme il a été enſeigné cy-devant 988′6″8‴, (qui eſt la ſixiéme partie de la ſomme des baſes des Pyramides TV, RS, NXD, qui valent

54, 24861'1''6''', & 2805'9''3''', on aura 355440'0''9'''. Puis de cette ſomme que l'on en ôte 7142''1''', (qui eſt la ſixiéme partie de la ſomme des baſes des trois autres Pyramides YZ, αβ, OEγ, qui valent 324, 491'0''4''', & 554'2''5''') & il reſtera 33472518''8'''', qui étant multipliez par la hauteur du rempart 14, donnent 46861623'2''', qui ſignifient 468616 pieds cubiques, & 2'3'', qui ſur le Reducteur du pied à l'interualle des ſolides, montre 400 pouces ou environ. Ainſi la ſolidité du rempart depuis le milieu de la courtine juſques à la ligne capitale eſt de 468616 pieds & 400 pouces aſſez preciſément.

*Scholie. Qui conferera le calcul de Maroleis avec celuy-cy, trouvera ſeulement un demy pied de difference.*

Que ſi l'on n'eſt pas curieux de trouver le contenu du rempart ſi au juſte, on le trouvera aſſez preciſément ſans ſupputer les baſes des Pyramides, par la methode de laquelle ſe ſert le ſieur Erigone, qui eſt tres-facile & tres-ingenieuſe; elle ſe pratique en ajoutant la moitié des deux ſuperficies ſupe-

rieure & inferieure, avec la dixiéme partie de la difference des quarrez du talud interieur & exterieur, & en multipliant la ſomme par la hauteur du rempart. Comme en cet exemple, le




quarré du talud interieur EA, vaut 324, celuy de l'exterieur FD 64, la difference deſquels eſt de 260, la dixiéme partie 26, qui étant ajoutée avec 33445 1′ 4″ 1‴, qui eſt la moitié de la ſomme des deux ſuperficies, fait 33471 1′ 4″ 1‴, qui étant multipliez par la hauteur du rempart CF, 14, donnent 468595 9′ 7″ 4‴, qui ſont environ 20 pieds moins qu'au calcul precedent. Mais cette diminution n'eſt pas conſiderable en la ſolidité d'un ſi grand Corps.

## PROPOSITION XXXV.

*Comment ſe meſure la ſolidité du Parapet.*

POur trouver le contenu du Parapet depuis le milieu de la courtine juſques à l'angle flancqué, il faudra meſurer deux lignes, entre leſquelles le Parapet & la Banquette ſont ſituées, dont l'une eſt l'exterieure de la ſuperficie ſuperieure du rempart, qui a été cy-devant trouvée; & l'autre qui paſſe par l'angle que fait la banquette avec le terreplein. Ces deux lignes étant ajoûtées enſemble, on multipliera la moitié de leur ſomme, par le profil du Parapet, pour en avoir la ſolidité aſſez preciſément. Comme en l'exemple de Marolois le profil du Parapet contient $99\frac{1}{4}$, & la ligne qui touche le Parapet par dehors eſt de $5998'\ 6''2'''$, celle qui touche la banquette par dedans de $5707'3''2'''$, la ſomme deſquelles fait $11705'9''6'''$, dont la moitié eſt de $5852'9''8'''$, qui étant multipliée par le profil du Parapet $99\frac{1}{4}$ donne $580908'2''6'''$, pieds cu-

biques, par lequel calcul il y a environ 55 pieds, plus qu'en la ſupputation de Marolois, qui ſur un ſi grand nombre ſont de peu de conſequence. Que ſi on y deſire plus de preciſion, on pourra corriger cet excés, en ôtant de ce nombre la moitié du profil ou un peu plus, pour avoir la ſolidité du Parapet. Comme ſi on ôte 50 qui eſt un peu plus de la moitié du profil, de $580908'2''6'''$, il reſtera $58040\ 8'2''6'''$, aſſez preciſément pour la ſolidité du Parapet. On trouvera de la même façon, le contenu du Parapet de la fauſſe-braye.

## PROPOSITION XXXVI.

*Comment ſe meſure le contenu du Foſſé.*

LA methode de meſurer le Foſſé, eſt preſque ſemblable à la meſure du rempart : voicy donc comme l'on y doit proceder. Soit l'Ichnographie du Foſſé ABCDEFA, depuis le milieu de la courtine juſques à la ligne capitale prolongée, & ſoit trouvée la ſuperficie ſuperieure de l'ouverture du Foſſé ABCDEFA. Puis la ſuperficie

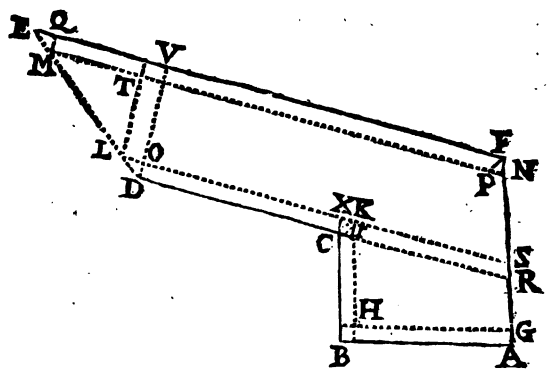
GHIKLMN, qui eſt la baſe du Foſſé ; & ces deux ſuperficies étant ajoutées, ſoit priſe la moitié de la ſomme. Secondement ſoient trouvées les baſes des trois Pyramides CK, DLO, PFN, la ſixiéme partie de la ſomme deſquelles ſoit ajoutée avec la moitié precedente. Troiſiémement de ce tout ſoit ſouſtrait la ſixiéme partie de la ſomme des deux autres baſes des Pyramides BH, MEQ: Et enfin ſoit multiplié ce reſte par la profondeur du Foſſé, pour en avoir le contenu.

*Exemple.*

En premier lieu on conſiderera que la ſuperficie tant de l'ouverture du Foſſé que de ſa baſe qui luy eſt parallele, ſont compoſées chacune de deux trapezes, la ſuperficie deſquels on trouvera en cette maniere. Soit la ligne RD de $5803'6''5'''$, & EF de $7267'7''5'''$, la ſomme ſera $13071' 3''0'''$, la moitié $6535'6''5'''$, qui étant multipliée par la largeur du Foſſé DV, 100 donne $653565'0''0'''$, pour le contenu du trapeze RDEFR. Semblablement dautant que la ligne

BC eſt de 8 9 9′ 9″ 5‴, & AR de 452′ 4″ 0‴, la ſomme ſera 1352′ 4″ 3‴, la moitié 676′ 2″ 1‴, qui étant multipliée par AB 167, donne 112927′ 0″ 7‴, pour le contenu de l'autre trapeze ABCR. Et ainſi ſera connuë l'entiere ſuperficie de l'ouverture du Foſſé.

On trouvera de la même façon la ſuperficie de la baſe du Foſſé : Soit la




ligne MN de 7121′ 3″ 4‴, & SL de 5950′ 0″ 6‴, la ſomme ſera 13071′ 4″ 0‴, la moitié 6535′ 7″ 0‴, qui étant multipliée par la largeur inferieure LT 80, fait 522856′ 0″ 0‴, pour le trapeze MNSL. Semblable-

ment dautant que HK eſt de 876ᵗ 6″8‴, & GS de 455′9″7‴, la ſomme ſera de 1332′6″5‴, la moitié 666′3″2‴, qui étant multipliée par GH, qui vaut 157, donne 104612ᵗ 2″4‴, pour la ſuperficie de l'autre trapeze GHKS. Et ainſi ſera connuë l'entiere ſuperficie de la baſe du Foſſé.

Si donc on ajoute maintenant ces deux ſuperficies trouvées ſuperieure & inferieure, qui ſont paralleles, on aura 1393961′1″4‴, à la moitié de laquelle ſomme 696980′5″7‴, ſi on ajoute, comme j'ay dit cy-devant, 294′3″7‴, (qui eſt la ſixiéme partie de la ſomme des baſes des Pyramides CK, DLO, & PNF qui valent 767ᵗ 3″0‴, 866′0″0‴ & 133′9″5‴,) viendront 697274′9″4‴. Puis de cette ſomme que l'on en ôte 311′0″0‴, qui eſt la ſixiéme partie de la ſomme des baſes des deux autres Pyramides BH, & MEQ, qui valent 100, & 866′0″0‴) il reſtera 696963′9″4‴, qui étant multipliez par la profondeur du Foſſé 10, donnent 696963 9′4″0‴, qui ſignifient 696963 pieds cubiques, & 9′4″, qui ſur le Reducteur du pied à l'intervalle des ſoli-

des, montre 1620 pouces ou environ. Ainſi le contenu du Foſſé eſt de 696963 pieds, & 1620 pouces aſſez preciſément.

Si le talud de l'eſcarpe eſt égal à celuy de la contr'eſcarpe, comme il eſt en cet exemple, il ſera ſuperflu d'obſervet les baſes des Pyramides L O D, & E Q M, parce qu'elles ſont égales avec des ſignes contraires d'addition & de ſouſtraction. La ſupputation auſſi des baſes des trois autres Pyramides eſt auſſi de fort peu de conſequence. Car la difference d'entre leurs ſommes n'eſt en cet exemple que d'un pied 2 tiers, qui étant multiplié par la profondeur du Foſſé, qui eſt 10, n'apporte de l'erreur qu'environ de 17 pieds, leſquels ſont de peu d'importance ſur un grand nombre.

*Scholie. Enfin aprés pluſieurs exemples de la commodité qu'apportent les Reducteurs : Je veux en cet endroit, encore une fois pour toutes avant que finir cette Geometrie, faire voir leur principal uſage. Premierement donc ce n'a jamais été mon deſſein de vouloir que l'on changeât la diviſion de la meſure ordinaire pour la reduire à la de-*

cimale. Je me ſuis ſeulement contenté d'avertir que l'on y trouveroit un grand abregé. Mais parce que pluſieurs trouveroient mauvais qu'on leur ôtât la meſure du pied, de la toiſe & de la perche, pour leur en donner une autre : J'avertiray icy le Geometre que ce n'eſt pas une choſe ſi neceſſaire, pourveu qu'il ait un Reducteur pour ſa meſure. Secondement, qu'il ne faut pas pour ſe ſervir de cette invention que les Ingenieurs, Maîtres Maçons & Arpenteurs, laiſſent de marquer les nombres des verges, des toiſes & des perches, & leurs parties, comme ils ont de coutume de faire ſur les tablettes, papier ou ardoiſe. Mais lors qu'ils viendront à faire leurs calculs à la maiſon pour trouver le contenu de ce qui leur a été propoſé pour meſurer, c'eſt alors qu'ils doivent ſe ſervir de leur Reducteur, & au lieu des pieds & des ponces qu'ils ont trouvez par deſſus leur meſure, prendre ſur leur Reducteur les parties de la diviſion denaire qui ſont vis-à-vis, deſquelles ils ſe ſerviront pour faire leurs operations, laquelle étant faite ils trouveront par le moyen du même Reducteur la valeur du reſte, ſans qu'ils ayent été

*contraints d'uſer de fractions ny de reductions de parties. Par exemple, ſuppoſons qu'il faille toiſer la ſolidité d'un gros mur, & que l'on ait trouvé qu'il ait en hauteur 4 toiſes 2 pieds, en épaiſſeur 3 pieds 2 pouces, & en longueur 40 toiſes 4 pieds : il eſt certain que ces parties de pieds & pouces qui ſe rencontrent parmy les toiſes donnent de la peine au Geometre par la methode ordinaire de toiſer, mais par le moyen du Reducteur, il s'exemptera de la difficulté qui ordinairement eſt jointe avec l'erreur, & de longue operation. Car au lieu de multiplier ces trois nombres l'un par l'autre, il faudra qu'il prenne ſur le Reducteur de la toiſe les parties de la diviſion denaire qui répondent aux pieds & pouces, & avec ces parties faire l'operation : comme dautant qu'au premier nombre il y a 4 toiſes 2 pieds, au lieu des 2 pieds il faudra prendre 3′4″, qui ſont vis-à-vis ſur le Reducteur de la toiſe, & on aura 43′4″. Semblablement au lieu de 3 pieds 2 pouces qui eſt le ſecond nombre, on prendra ſur le Reducteur 5′3″ par la même raiſon. Et enfin parce que le troiſiéme nombre a 40 toiſes 4 pieds, au lieu de*

*4 pieds on prendra ſur le Reducteur* $6'7''$, *& ainſi on aura trois autres nombres, ſçavoir* $43'4''$, $5'3''$, *&* $406'7''$, *qui étant multipliez l'un par l'autre, comme s'ils étoient tous entiers, donneront* $935'2''9'''1''^{v}3^{v}4^{vi}$, *qui ſignifient* 93 *toiſes, &* $5'3''$ *(les autres parties étant de nulle conſequence) qui ſur le Reducteur de la toiſe à l'intervalle des ſolides montre* 114 *pieds cubiques ou environ : ainſi la ſolidité du gros mur contient* 93 *toiſes &* 114 *pieds aſſez preciſément. Si l'on eut negligé les deux pouces qui ſont ſur la largeur, on eut manqué de* 5 *toiſes à la ſolidité. C'eſt pourquoy on ne ſçauroit prendre trop preciſément la meſure des petites lignes : ainſi voilà toute l'operation faite ſans difficulté, ſans un long calcul, & ſans avoir changé la diviſion ordinaire de la meſure.*

## *Appendix de la meſure des Tinettes, Cuves, & Tonneaux.*

LA meſure de ces Corps a fait un Art à part que l'on appelle Jaugerie : car jauger n'eſt autre choſe que meſurer la capacité d'un tonneau pour

ſçavoir s'il eſt de meſure ou non. Mais on ne peut pas dire combien il s'y commet d'erreur & de fraude, tant de la part de celuy qui vend le vin, que de celuy qui examine le vaiſſeau au préjudice de l'acheteur & du vendeur. Outre que le Tonnelier ſouvent par ignorance, ou pour tromper le jaugeur, fait les fonds épais, ou bien cave une douve épaiſſe qui eſt oppoſée au bondon, ou en met une fort mince en haut, afin de gagner quelque choſe ſur la profondeur & la longueur, ou enfin fait les fonds inégaux ou en cercles imparfaits, ou il ne garde pas la longueur des douves avec le diametre du fonds ſelon la coutume du lieu, & ainſi il y a de la tromperie par tout. De plus, le tonneau n'ayant pas en tous lieux une forme ſemblable, ne doit pas être meſuré de la même façon. Car bien que le plus épais de tous les tonneaux ſoit au milieu, il y en a pourtant qui ſont bien plus bonjus les uns que les autres, & d'autres qui ſont plus courts, d'autres plus longs, d'autres qui du milieu s'étendent vers les extrémitez, comme en lignes droites, ou pour le moins en

approchent fort. Et d'autres auſſi qui ont les douves circulaires : ce qui étant, ils ne peuvent pas être meſurez tous d'une même façon : ainſi il faudra conſiderer les uns comme des cones tronquez, les autres comme des ſections de Spheroïdes, la ſolidité deſquelles eſt beaucoup differente des premiers, ſi ce n'eſt que la convexité ſoit ſi peu apparente qu'on la puiſſe prendre pour une ſurface plane. C'eſt pour ce ſujet que je feray quelques Propoſitions de la meſure de ces Corps, afin que perſonne ne ſe laiſſe tromper par ignorance ou par la malice des autres.

## PROPOSITION I.

*Comment ſe meſure la capacité des Tonneaux compoſez de deux Cones tronquez.*

LEs Jaugeurs ont une certaine regle en croix qu'ils appellent Jauge, par laquelle ils jugent de la profondeur du tonneau & de la longueur ou diſtance qui eſt entre les fonds. Mais cette jauge ne peut ſervir que pour une

ſeule eſpece de vaiſſeau où il y a une certaine raiſon de la longueur avec les diametres. Que ſi cette raiſon n'eſt obſervée exactement par le Tonnelier, il ſe commet une erreur grande ou petite, ſelon que la raiſon eſt augmentée ou diminuée, ce qui ayant été reconnu par quelques Maîtres Jaugeurs, & voyant l'erreur qui ſe commettoit avec leur regle, à cauſe de l'inégalité des fonds, des longueurs, & diverſes formes, ils ont eu recours au calcul en pluſieurs endroits pour avoir quelque meſure plus préciſe qu'avec leur jauge : mais diverſement, les uns ont voulu égaler les deux diametres du milieu & du fond, en prenant la moitié de leur ſomme, afin qu'ayant trouvé l'aire d'un cercle moyen, & l'ayant multiplié par la longueur du vaiſſeau ils en puſſent meſurer la capacité, comme d'un Cylindre : les autres ont égalé les aires des cercles en prenant la moitié de leur ſomme pour avoir une aire moyenne, croyant qu'en la multipliant par la longueur ou diſtance des fonds, ils en auroient plus juſtement la ſolidité que par l'égalité des diametres : mais les uns & les autres,

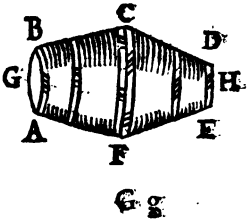
tres, comme j'ay montré à la Propoſition du Cone tronqué ſe ſont encore trompez : car les premiers trouvent par leur calcul une ſolidité trop petite, les autres une ſolidité trop grande, ſçavoir pour la meſure du tonneau qui eſt compoſé de deux Cones tronquez : car en ceux qui ſont des ſections de Spheroïdes, le calcul par l'une & par l'autre methode eſt toujours trop petit : Voicy donc la vraye methode de meſurer les tonneaux compoſez de deux Cones tronquez par le moyen de cette regle.

*Regle.*

*Si à la ſomme des deux cercles du tonneau grand & petit, on ajoute une ſuperficie moyenne, le tout étant multiplié par le tiers de la longueur, le produit donnera la ſolidité.*

*Exemple.*

Soit le tonneau ABCDEF, la capacité duquel on deſire ſçavoir : Pour ce faire, ſuppoſons



que le cercle du fond BA ſoit de 7 pieds, à cauſe de ſon diametre qui eſt de 3, & celuy qui paſſe par le milieu CF de 9 à cauſe de ſon diametre qui a 3 pieds 4 primes, & enfin la diſtance des fonds GH de 4 pieds 2 primes. Selon la regle je prends une ſuperficie ou cercle moyen entre 7 & 9, ſçavoir 79′, à peu prés (ce qui ſe trouve en tirant la racine quarrée du produit 7 par 9, c'eſt à dire de 63) que j'ajoute avec les deux cercles 7 & 9, & il vient 239′, qui étant multipliez par le tiers de la longueur du vaiſſeau 14′, donnent 33 pieds, & 4′6″, qui ſur le Reducteur du pied en l'intervalle des ſolides, montrent 794 pouces cubiques ou environ : ainſi la vraye capacité du tonneau ABCDE eſt de 33 pieds 794 pouces aſſez preciſément. *a*

*a* On peut trouver la capacité du tonneau ABCDE ſans meſurer aucun cercle, en cette ſorte. Ayant ôté le produit des deux diametres AB, CF, du quarré de leur ſomme, & ayant multiplié le reſte par la longueur GH, multipliez le produit toujours par 2′6″1‴6⁗.

Comme icy ayant ſuppoſé la longueur GH de 4 pieds 2 primes, le petit diametre AB

ou D E de 3 pieds, & le grand C F de 9 : le produit 102′ de ces deux diametres étant ôté du quarré 409′6″ de leur ſomme 64′, & le reſte 307′6″ étant multiplié par la longueur G H 42′, on a ce produit 1291′ 9″2‴, lequel étant multiplié par 2′6″1‴6⁗, on trouve 33 pieds cubes & environ 1375. pouces cubes pour la ſolidité qu'on cherche.

Si les cercles des fonds ſont inégaux, il faudra meſurer le vaiſſeau, comme étant compoſé de deux Cones tronquez inégaux.

*Demonſtration.*

VOyez la demonſtration des Cones tronquez.

*Scholie. Voicy donc le vray Art de Jaugerie : car ſi l'on ſçait combien un pied cube vaut de pots à la meſure du pays, on ſçaura aiſément combien le tonneau en contiendra, en multipliant la ſolidité trouvée par les pintes que contient le pied : comme en cet exemple, ſi le pied cube vaut 12 pintes, en multipliant 337′9″, qui eſt le contenu du tonneau precedent par 12., on aura 4054′8″, qui ſont 405 pintes & quelque peu davantage pour la capacité du tonneau que l'on voulait meſurer.*

## PROPOSITION II.

*Comment ſe meſure la ſolidité ou capacité de toutes ſortes de tonneaux par la connoiſſance du contenu du baril qui leur eſt ſemblable.*

LA Propoſition precedente ne convient pas à toutes ſortes de tonneaux, comme celle-cy : car s'ils ſont en forme de Spheroïdes tronquez, c'eſt à dire que les douves de la convexité du muid repreſentent des arcs de cercles, alors la regle precedente ſeroit fauſſe, & ne donneroit pas la juſte ſolidité du vaiſſeau, mais beaucoup moindre : c'eſt pourquoy il y a bien de la difficulté en cette Geometrie, à cauſe que tous les Tonneliers n'obſervent pas les mêmes proportions à la conſtruction de leurs futailles. Que ſi cela étoit, & que tous en general comme quelques-uns en particulier, obſervaſſent de faire le demy diametre du fond du tiers de la longueur du muid, on pourroit trouver quelque methode plus aſſeurée : car en faiſant faire un baril ſemblable, qui tint une certaine quan-

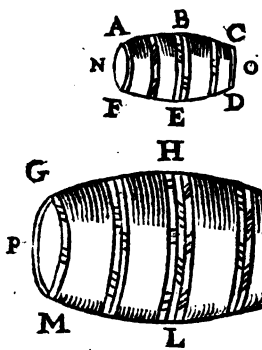
tité de pots ou de pintes, la profondeur duquel depuis le bondon juſques au fond fut juſtement d'un pied, on trouveroit la capacité de tous les autres vaiſſeaux qui luy ſeroient ſemblables par cette regle.

*Regle.*

*Si on multiplie le cube de la longueur de la ligne du tonneau qui eſt ſemblable & homologue à celle du baril qui eſt d'un pied, par le contenu du baril on aura la ſolidité qu'on cherche.*

*Exemple.*

Soit le Baril ABCDEF contenant 20




pintes, duquel la ligne BE ſoit d'un pied: cela étant, ſuppoſons que la li-

gne ſemblable HL du grand vaiſſeau ſoit de 2 pieds 9 primes, ſelon la regle je prens le cube de 29′, ſçavoir 243′8″9‴, que je multiplie par 20 pintes, & j'ay 2877′8″0‴, qui ſignifient 287 pintes, & quelque peu davantage pour la vraye capacité du muid GHIKLM qu'il falloit meſurer.

Au lieu des deux lignes ſemblables BE, HL, on peut auſſi prendre les deux ſemblables, ou diſtances des fonds NO, PQ.

*Demonſtration.*

DAutant que les Corps ſolides ſemblables ont la raiſon triplée de leurs côtez homologues, le tonneau GK ſera au baril AD en raiſon triplée de HL à BE, qui ſont côtez homologues. Et par conſequent les cubes de BE, & HL ſeront en même raiſon que les vaiſſeaux : c'eſt pourquoy par la regle de proportion, comme le cube de BE, eſt au cube de HL, ainſi le contenu du Baril ſera au contenu du Muid. Mais le cube de BE eſt 1, qui eſt le premier proportionnel qui ne diviſe point, il n'y a donc qu'à multi-

plier le cube de HL, par le contenu du Baril pour avoir la ſolidité du vaiſſeau GK que l'on cherche, ce qu'il falloit demontrer.

### *De la Jauge & de ſa Conſtruction.*

LEs deux Propoſitions precedentes obligent à quelques multiplications de nombres, ce qui donne de la peine aux Artiſans, qui ordinairement ne ſçavent pas l'Arithmetique: c'eſt pourquoy afin de les délivrer de ce calcul, je leur donneray une table, par le moyen de laquelle en un inſtant ils trouveront la capacité du tonneau, laquelle même ils pourront graver ſur leur jauge ſi bon leur ſemble: ce qu'ils pratiqueront en cette façon. Premierement ils feront faire un Baril contenant preciſément un ſeau, qui aura les mêmes proportions aux douves & aux fonds que doivent avoir les futailles ou tonneaux ſelon le lieu où ils demeurent. En aprés ils prendront la diſtance qu'il y a du vuide entre le bondon & le fond du baril, laquelle ils marqueront ſur une regle ou jauge, en diviſant la regle ſelon cette diſtance

en plusieurs parties égales, & trois ou quatre seront suffisantes, aprés quoy ils sousdiviseront chaque partie en 10, & chaque dixiéme derechef en 10, s'il est possible, & ainsi ils auront une jauge pour jauger en un instant toutes sortes de tonneaux semblables à ceux du lieu, comme il se verra en la Proposition suivante.

## PROPOSITION III.

*Comment se mesureront toutes sortes de tonneaux sans calcul, par le moyen d'une regle ou jauge qui contient quelques divisions.*

LA jauge étant divisée, comme il a été dit, si on desire trouver la capacité d'un Muid ou autre vaisseau semblable au baril sur lequel on a pris la premiere mesure, on mettra la jauge par le bondon jusques au fond du Muid perpendiculairement, & l'on considerera combien de parties contient cette distance, qui est le diametre du plus grand cercle du tonneau : car vis-à-vis en la Table suivante on trouvera la quantité des seaux que contient le Muid.

Muid. Comme ſi cette diſtance eſt de 2 meſures preciſément, le tonneau contiendra 8 ſeaux, ſi elle eſt de 3, il en contiendra 27, ſi elle eſt de 3 meſures 2 primes & 1 ſeconde, il en contiendra 33, & ainſi des autres. Que ſi quelqu'un deſire ſe paſſer de cette Table, il pourra tranſporter ſur ſa jauge les diviſions de la Table, ce qui luy ſera un grand ſoulagement. Mais ſi on vouloit avoir le contenu du vaiſſeau en plus petites parties, il faudroit faire faire un baril ſemblable au Muid qui contint ſeulement un pot, & faire les diviſions de la jauge de la grandeur du diametre du baril comme auparavant.

| Diamet. | Solid. | Diamet. | Solid. | Diam. | Sol. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 10′ | 10″ 1 1 | 2 14′ | 11″ 1 14 | 3 10′ | 10″ 1 27 |
| 1 12 | 16 1 2 | 2 14 | 17 1 15 | 3 10 | 14 1 28 |
| 1 14 | 14 1 3 | 2 15 | 12 1 16 | 3 10 | 17 1 29 |
| 1 15 | 19 1 4 | 2 15 | 17 1 17 | 3 11 | 11 1 30 |
| 1 17 | 10 1 5 | 2 16 | 12 1 18 | 3 11 | 14 1 31 |
| 1 18 | 12 1 6 | 2 16 | 19 1 19 | 3 11 | 17 1 32 |
| 1 19 | 11 1 7 | 2 17 | 11 1 20 | 3 12 | 11 1 33 |
| 2 10 | 10 1 8 | 2 17 | 19 1 21 | 3 12 | 14 1 34 |
| 2 10 | 18 1 9 | 2 18 | 10 1 22 | 3 12 | 17 1 35 |
| 2 11 | 15 1 10 | 2 18 | 14 1 23 | 3 13 | 10 1 36 |
| 2 12 | 12 1 11 | 2 18 | 18 1 24 | 3 13 | 13 1 37 |
| 2 12 | 19 1 12 | 2 19 | 12 1 25 | 3 13 | 16 1 38 |
| 2 13 | 15 1 13 | 2 19 | 16 1 26 | 3 13 | 19 1 39 |

Cette Table a encore un uſage conſiderable, qui eſt que comme par la connoiſſance du diametre on trouve par la Table la capacité du vaiſſeau: au contraire par la capacité du vaiſſeau on trouvera le diametre: comme ſi on vouloit faire un tonneau de 22 ſeaux preciſément, il faudroit faire le diametre de 2 meſures & 8 primes, ſi de 34, il faudroit qu'il eut 3 meſures 2 primes & 4 ſecondes, & ainſi des autres.

*Scholie. Je ne repreſente pas icy la Jauge ny ſes diviſions, tant parce qu'elles ſont aiſées à faire, que parce qu'elle ne ſerviroit que pour une eſpece de vaiſſeaux. Le Jaugeur donc en aura pluſieurs pour jauger pluſieurs ſortes de futailles, autrement s'il vouloit pratiquer cette Geometrie avec une ſeule jauge, il reſſembleroit au Cordonnier qui voudroit chauſſer pluſieurs perſonnes ſur une même forme.*

## PROPOSITION IV.

*Comment ſe meſure la capacité des Cuves & des Tinettes.*

IL ne ſe rencontre pas icy la même difficulté qu'aux tonneaux qui ſont ordinairement de diverſes formes. Pour les Cuves & les Tinettes encore qu'elles ſoient de diverſes grandeurs, neanmoins elles ſont toutes meſurées comme les les Cones tronquez, de la meſure deſquels nous avons traité cy-devant le plus facilement que nous avons pû. C'eſt pourquoy je finis icy cette Geometrie Pratique avec un remercieme[nt] à Dieu, Auteur des Sciences,

qui m'a de ſa grace donné quelque connoiſſance de tout ceey, pour en faire part à ceux qui ſont amateurs de cette Doctrine, auquel ſoit honneur & gloire par tous les ſiecles des ſiecles. Ainſi ſoit-il.

*Fin de la Geometrie.*

# TRAITE'
## DE
# L'ARITHMETIQUE
## PAR
# GEOMETRIE.

# TRAITE'
## DE
# L'ARITHMETIQUE
## PAR
# GEOMETRIE.

L'ARITHMETIQUE par Geometrie a autant de preceptes que l'Arithmetique vulgaire, ſçavoir l'*Addition*, la *Souſtraction*, la *Multiplication*, la *Diviſion*, & l'*Extraction de Racines*, & auſſi la *Regle de Trois* : & bien que celle-cy ſoit la derniere dans l'Arithmetique vulgaire, neanmoins nous la devons icy mettre la premiere, parce que les autres Regles ne dépendent que des quantitez proportionnelles, dont il

faut sçavoir se démêler avant toute autre chose.

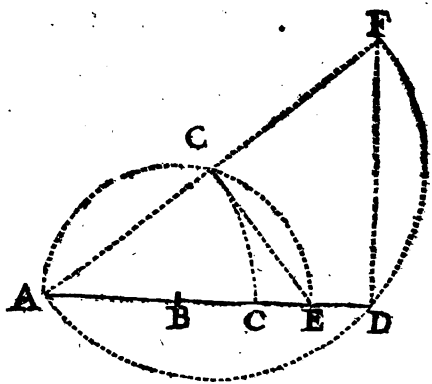
## CHAPITRE PREMIER.

### *De la Regle de Trois.*

#### PROBLEME I.

*Aux deux lignes données A B, A C, trouver une troisiéme proportionnelle.*

DEcrivez de l'extrémité B par l'autre extrémité A, de la premiere




ligne donnée A B, une circonference de Cercle A C E, & y inscrivez la se-

conde ligne donnée A C, pour décrire du point C, par l'extrémité A, de cette ſeconde A C, une circonference de Cercle A D F, qui coupe icy la premiere A B, prolongée au point D, & la ligne A D, ſera la troiſiéme proportionnelle qu'on cherche, de ſorte que A B, A C :: A C, A D.

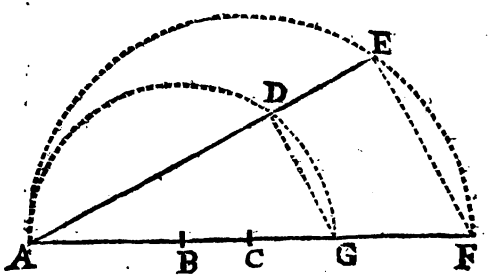
*Demonſtration.*

CAr ayant achevé les deux demy Cercles A C E, A D F, & ayant mené les deux lignes C E, D F, on connoîtra aiſément que les triangles A C E, A D F, ſont ſemblables, & que les quatre lignes A E, A C, A F, A D, ſont proportionnelles, & ſi à la place des deux A E, A F, on prend leurs moitiez A B, A C, on connoîtra que les trois lignes A B, A C, A D, ſont proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

## PROBLEME II.

*Aux trois lignes données A B, A C, A D, trouver une quatriéme proportionnelle.*

DEcrivez des deux points B, C, par le point A, deux circonferences de Cercle A D G, A E F, & ayant inſcrit la troiſiéme ligne donnée




A D, dans le premier Cercle A D G, prolongez-la juſqu'à ce qu'elle rencontre la circonference du ſecond A E F, en quelque point, comme en E, & la ligne A E ſera la quatriéme proportionnelle qu'on cherche.

*Demonſtration.*

CAr ſi l'on acheve les demy Cercles A D G, A E F, & qu'on mene les droites E F, D G, on connoîtra aiſément que les deux triangles A G D, A E F, ſont ſemblables, & que par conſequent les quatre lignes A G, A F, A D, A E, ſont proportionnelles, & ſi à la place des deux A G, A F, on prend leurs moitiez A B, A C, on connoîtra que les quatre lignes A B, A C, A D, A E, ſont auſſi proportionnelles, Ce qu'il falloit demontrer. Voyez nôtre *Traité du Compas de Proportion.*

## PROBLEME III.

*A deux Puiſſances données de même genre, trouver une troiſiéme Puiſſance ſemblable proportionnelle, & à trois une quatriéme.*

SI aux deux côtez homologues des deux Puiſſances données homogenes & ſemblables, on trouve une troiſiéme proportionnelle, on aura le

côté homologue de la troiſiéme Puiſſance ſemblable que l'on cherche ; & ſi aux trois côtez homologues des trois Puiſſances données homogenes & ſemblables, on trouve une quatriéme proportionnelle, on aura le côté homologue de la quatriéme Puiſſance ſemblable que l'on cherche, parce que ſi quatre Puiſſances ſemblables ſont proportionnelles, leurs côtez homologues ſont auſſi proportionnels.

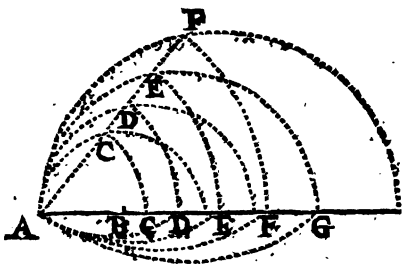
## PROBLEME IV.

*Trouver la raiſon de deux Puiſſances données & ſemblables.*

ON donne deux Puiſſances ſemblables, dont les côtez homologues ſont égaux aux deux lignes données AB, AC, & il eſt propoſé de trouver deux lignes, qui expriment la raiſon de ces deux Puiſſances.

Cherchez aux deux lignes données AB, AC, une troiſiéme proportionnelle AD, & aux deux AC, AD, une troiſiéme proportionnelle AE, & pareillement aux deux AD, AE, une troiſiéme proportionnelle AF, & en-

cera aux deux AE, AF, une troiſiéme proportionnelle AG, & ainſi enſuite, pour avoir les lignes continuellement proportionnelles AB, AC, AD, AE, AF, AG, &c. Alors ſi les deux lignes données AB, AC, ſont les




côtez homologues de deux Plans ſemblables, leur raiſon ſera égale à celle de la premiere proportionnelle AB, & de la troiſiéme AD: mais ſi elles ſont les côtez homologues de deux ſolides ſemblables, la raiſon de ces deux ſolides ſera égale à celle de la premiere proportionnelle AB, & de la quatriéme AE; & ſi elles ſont les côtez homologues de deux Plan-plans ſemblables, la raiſon de ces deux Plan-plans ſera égale à celle de la premiere pro-

portionnelle AB, & de la quatriéme AF, &c.

*Demonſtration.*

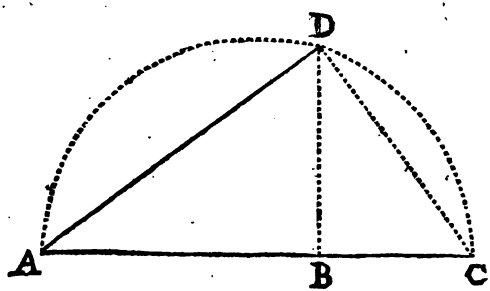
CAr puiſque les Plans ſemblables ſont en raiſon doublée de leurs côtez homologues, par 20. 6. & que la raiſon de la premiere proportionnelle AB, & de la troiſiéme AE, eſt doublée de celle des côtez AB, AC, il s'enſuit que la raiſon des deux Plans ſemblables, dont AB, AC, ſont les côtez homologues, eſt égale à celle de la premiere proportionnelle AB, à la troiſiéme AD. On fera un ſemblable raiſonnement à l'égard des autres Puiſſances.

## LEMME I.

*Entre les deux lignes données AB, AC, trouver une moyenne proportionnelle.*

AYant décrit à l'entour de la plus grande ligne donnée AC, le demy Cercle ACD, élevez de l'extrémité B, de la plus petite AB, à la

même A B, la perpendiculaire B D, & menez la droite A D, qui ſera la




moyenne proportionnelle qu'on cherche.

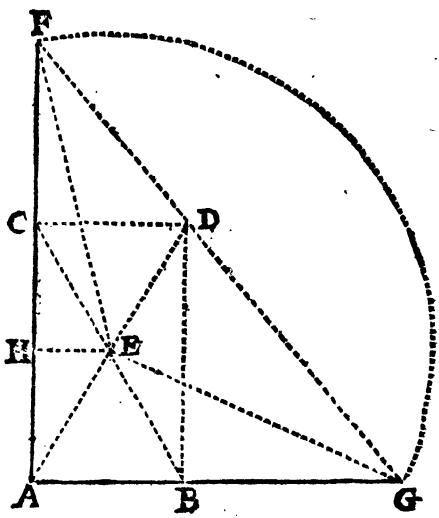
*Demonſtration.*

CAr ſi l'on tire la droite C D, on connoîtra aiſément que les deux triangles rectangles A D C, A B D, ſont ſemblables, & que par conſequent les trois lignes A B, A D, A C, ſont proportionnelles. Ce qu'il falloit demontrer. Voyez nôtre *Traité du Compas de Proportion.*

## LEMME II.

*Entre les deux lignes données AB, AC, trouver deux moyennes proportionnelles.*

AYant fait des deux lignes données AB, AC, le Parallelogram-




me rectangle ABDC, décrivez de son centre E, une circonference de Cercle

Cercle de telle grandeur, que quand elle coupera les deux lignes AB, AC, prolongées aux points G, F, la droite FG, passe par l'angle D, & alors les deux lignes CF, BG, seront les deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, c'est à dire que les quatre lignes AB, CF, BG, AC, seront dans une proportion continuë.

*Demonstration.*

CAr si l'on tire les rayons EF, EG, & sur AC, la perpendiculaire EH, cette ligne AC sera divisée en deux également au point H, par la ligne EH, & le rectangle AFC plus le quarré de CH, sera égal au quarré de FH, par 6. 2. & si de chaque côté on ajoûte le quarré de EH, le rectangle AFC plus les quarrez CH, EH, c'est à dire plus le quarré CE, sera égal aux quarrez FH, EH, c'est à dire au quarré du rayon EF. On demontrera de la même façon que le rectangle AGB, plus le quarré BE, ou CE, est égal au quarré du rayon EG ou EF. D'où il suit que le rectangle AFC plus le quarré CE est égal au rectangle AGB, plus le mê-

me quarré CE ; c'eſt pourquoy en ôtant le quarré commun CE, il reſtera le rectangle AFC égal au rectangle AGB, & l'on aura cette analogie, AG, AF :: CF, BG, & comme la raiſon des lignes AG, AF, eſt égale à celle des lignes CD, CF, à cauſe des triangles ſemblables FCD, FAG, on aura cette autre analogie, CD, CF :: CF, BG, & comme la raiſon des lignes CD, CF, eſt égale auſſi à celle des lignes BG, BD, à cauſe des triangles ſemblables FCD, DBG, on aura CD, CF :: CF, BG :: BG, BD, ou AB, CF :: CF, BG :: BG, AC. Ce qu'il falloit demontrer.

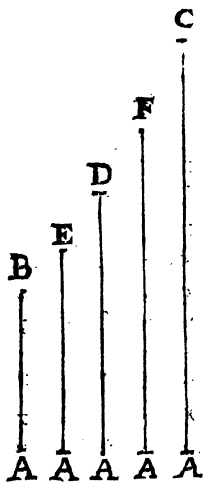
*Scholie. Quoique cette ſolution ſoit mechanique, elle eſt neanmoins preferable pour la pratique à toutes celles qui ſont Geometriques, comme à celle de* Menechmus, *qui ſe pratique par l'interſection de deux Paraboles : à celle de* Deſcartes, *qui ſe pratique par l'interſection d'un Cercle & d'une Parabole : à celle du* R. P. Gregoire de S. Vincent, *qui ſe pratique par l'interſection d'un Cercle & d'une Hyperbole entre ſes Aſymptotes : & à toutes celles qui ſe peuvent pratiquer par l'interſection de*

*deux lignes du premier genre, dont la deſcription n'eſt pas commode. Voyez nôtre* Traité du Compas de Proportion.

## LEMME III.

*Entre les deux lignes données A B, A C, trouver trois moyennes proportionnelles.*

SI entre les deux lignes données A B, A C, on trouve une moyenne pro-




portionnelle A D, & entre les deux

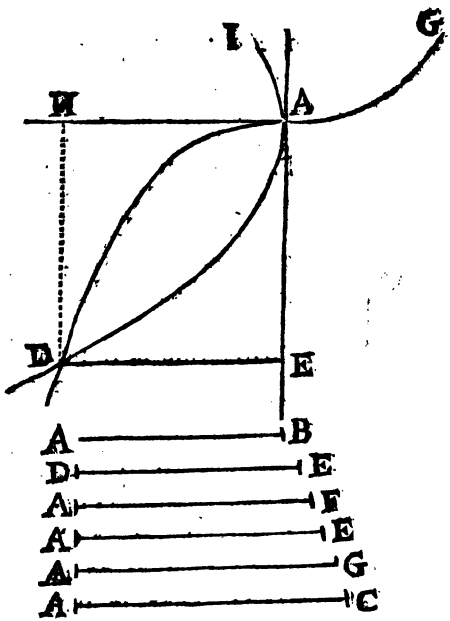
AB, AD, une moyenne AE, & encore entre les deux AC, AD, une moyenne AF, il eſt évident que les lignes AE, AD, AF, ſeront les trois moyennes proportionnelles qu'on cherche.

## LEMME IV.

*Trouver entre les deux lignes données AB, AC, quatre moyennes proportionnelles.*

DEcrivez ſur l'axe AH la Parabole IAD, dont le parametre ſoit égal à l'une des deux lignes données AB, AC, comme à la derniere AC, & tirez par le ſommet A, à l'axe AH, la perpendiculaire indefinie AE, ſur laquelle, comme ſur un axe, vous décrirez la Parabole ſolide DAG, dont le parametre ſoit égal au quarré de l'autre ligne donnée AB; enſorte que le ſolide ſous AE, & le quarré AB, ſoit égal au cube de l'ordonnée correſpondante DE; enfin tirez du point de ſection D, de ces deux Paraboles, à l'axe AE, la perpendiculaire DE, & cherchez entre les deux lignes AC, AE, une moyenne proportionnelle

AG, & entre les deux AE, DE, une moyenne AF, & les lignes DE, AF, AE, AG, ſeront les quatre moyennes proportionnelles qu'on cherche.




de ſorte que les ſix lignes AB, DE, AE, AE, AG, AC, ſeront dans une proportion continuë.

*Demonſtration.*

CAr ſi l'on tire du point D, à l'axe AE, la parallele DH, & que l'on conſidere qu'on a fait AF moyenne proportionnelle entre AE, DE, on aura cette analogie DE, AF :: AF, AE, & par conſequent celle-cy, DEq, AFq :: DE, AE, & comme par la proprieté de la Parabole ſolide DAG, dont le parametre eſt AB, on a cette analogie, ABq, DEq :: DE, AE, on aura cette troiſiéme analogie, ABq, DEq :: DEq, AFq, ou AB, DE :: DE, AF.

De même, parce que la ligne AG, a été faite moyenne proportionnelle entre les deux AC, AE, on aura cette analogie, AE, AG :: AG, AC, & par conſequent AGq égal au rectangle AEAC : & comme DHq ou AEq eſt égal au rectangle ACAH, ou ACDE, par la nature de la Parabole plane FAD, dont le parametre eſt AC, on aura cette analogie, ACDE, ACAE :: AEq, AGq, ou DE, AE :: AEq, AGq, à cauſe de la hauteur commune AC ; & ſi à la

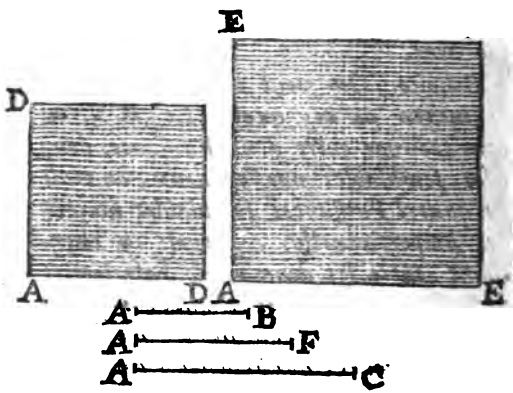
place des deux premiers termes DE, AE, on met les deux DEq, AFq, qui ſont en même raiſon, comme vous avez vû dans la ſeconde analogie, on aura cette autre analogie, DEq, AFq:: AEq, AGq, ou DE, AF:: AE, AG, & à cauſe de AE, AG :: AG, AC, & de AB, DE :: DE, AF, & de DE, AF :: AF, AE, on connoît que les ſix quantitez AB, DE, AF, AE, AG, AC, ſont continuellement proportionnelles. Ce qu'il falloit demontrer.

*Scholie. On void aiſément que par le moyen de ces quatre Lemmes, on peut trouver entre deux Puiſſances données ſemblables une ou deux, ou trois ou quatre Puiſſances ſemblables moyennes proportionnelles, ſçavoir en cherchant entre les deux côtez homologues des deux Puiſſances données une ou deux, ou trois, ou quatre moyennes proportionnelles, qui ſeront les côtez homologues des Puiſſances moyennes qu'on cherche.*

## PROBLEME V.

*Aux deux lignes données AB, AC, & au quarré donné AD, trouver un quarré proportionnel.*

CHerchez entre les deux lignes données AB, AC, une moyenne proportionnelle AF, & aux trois AB,




AF, AD, une quatriéme proportionnelle AE, qui ſera le côté du quarré qu'on cherche, de ſorte que AB, AC :: ADq, AEq.

*Demonſtration.*

*Demonſtration.*

CAr puiſqu'on a fait la ligne AF, moyenne proportionnelle entre les deux AB, AC, on aura cette analogie, ABq, AFq :: AB, AC, & parce que l'on a fait la ligne AE, proportionnelle aux trois AB, AF, AD, on aura cette analogie, ABq, AFq :: ADq, AEq, & par conſequent celle-cy, AB, AC :: ADq, AEq. Ce qu'il falloit demontrer.

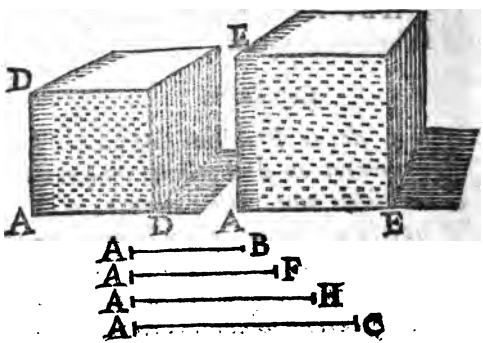
*Corollaire.*

*IL ſuit de ce Probleme la maniere d'augmenter ou de diminuer un quarré donné ſelon une raiſon donnée, telle qu'eſt icy la raiſon des deux lignes données AB, AC. Ce que nous avons dit des quarrez, ſe doit entendre de toutes les figures ſemblables, en travaillant par leurs côtez homologues : & auſſi des Cercles, & de tous les Polygones ſemblables & reguliers, qui ſont entre eux, comme les quarrez de leurs diametres.*

## PROBLEME VI.

*Aux deux lignes données AB, AC, & au cube donné AD, trouver un cube proportionnel.*

CHercher entre les deux lignes données AB, AC, deux moyennes proportionnelles AF, AH, & aux




trois AB, AF, AD, une quatriéme proportionnelle AE, qui ſera le côté du Cube qu'on cherche, de ſorte que AB, AC :: AD c, AE c.

*Demonſtration.*

CAr puiſqu'on a fait les deux lignes AF, AH, moyennes proportionnelles entre les deux AB, AC, on aura cette analogie, ABc, AFc:: AB, AC, & parce que l'on a fait la ligne AE, proportionnelle aux trois AB, AF, AD, on aura cette autre analogie ABc, AFc:: ADc, AEc, & par conſequent celle-cy, AB, AC:: ADc, AEc. Ce qu'il falloit demontrer.

*Corollaire.*

*IL ſuit auſſi de ce Probleme la maniere d'augmenter ou de diminuer un cube donné ſelon une raiſon donnée, telle qu'eſt icy la raiſon des deux lignes données AB, AC. Ce que nous avons dit des Cubes, ſe doit entendre de tous les Corps ſemblables, en travaillant par leurs côtez homologues : & auſſi des Spheres, en travaillant par leurs diametres, parce que les Spheres ſont entre elles comme les Cubes de leurs diametres, auſſi bien que les Corps ſemblables & reguliers.*

## PROBLEME VII.

*A deux Puiſſances données ſemblables, & à une ligne donnée, trouver une ligne proportionnelle.*

IL eſt évident que ſi par *Pr.* 4. on trouve deux lignes, qui expriment la raiſon des deux Puiſſances données, une quatriéme proportionnelle à ces deux lignes trouvées & à la donnée ſera celle qu'on cherche.

Nous omettons icy pluſieurs Problemes, qu'il ſera facile de reſoudre à l'imitation des precedens. Comme ſi *à deux Puiſſances données ſemblables & à un quarré donné, on veut trouver un quarré proportionnel*, il n'y qu'à mettre à la place des deux Puiſſances données deux lignes qui en expriment la raiſon, & chercher par *Pr.* 5. à ces deux lignes trouvées & au quarré donné un quarré proportionnel, qui ſera celuy qu'on cherche.

De même pour *trouver à deux Puiſſances données ſemblables, & à un Cube donné, un Cube proportionnel*, on mettra à la place des deux Puiſſan-

ces données deux lignes, qui en expriment la raiſon, & on cherchera par *Pr. 6.* à ces deux lignes trouvées & au Cube donné un Cube proportionnel, qui ſera celuy qu'on cherche.

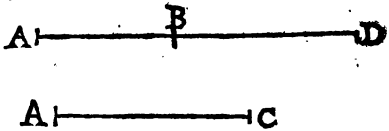
## CHAPITRE II.

### *De l'Addition.*

#### PROBLEME I.

*Ajouter enſemble les deux lignes données AB, AC.*

SI on prolonge l'une des deux lignes données AB, AC, comme AB, en D, en ſorte que BD ſoit égale à l'autre ligne donnée AC, il

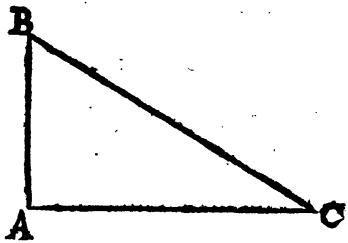



eſt evident que la ligne AD ſera la ſomme des deux données AB, AC.

## PROBLEME II.

*Ajouter enſemble les quarrez des deux lignes données AB, AC.*

IL eſt évident par 47. 1. que ſi des deux lignes données AB, AC, on



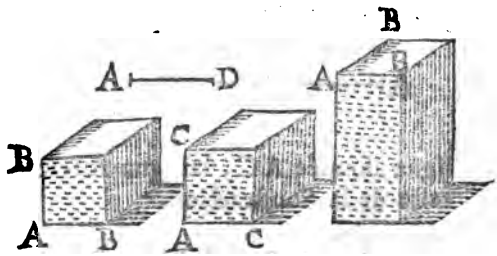

fait le triangle rectangle ABC; le quarré de l'Hypotenuſe BC, ſera la ſomme des quarrez des deux lignes données AB, AC.

## PROBLEME III.

*Ajouter enſemble les Cubes des deux lignes données AB, AC.*

IL eſt évident par 34. 12. que ſi aux quarrez des deux lignes don-

nées AB, AC, & à la ligne AC, on trouve la ligne proportionnelle AD,




le ſolide ſous le quarré de la ligne AB, & la ſomme de la même ligne AB, & de la proportionnelle trouvée AD eſt égal à la ſomme des Cubes des deux lignes données AB, AC.

## CHAPITRE III.

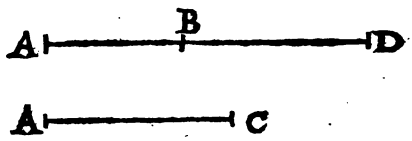
### *De la Souſtraction.*

#### PROBLEME I.

*Oter la ligne donnée AC de la ligne donnée AD.*

IL eſt évident que ſi l'on prend ſur la plus grande ligne donnée AD,

la partie DB, égale à la plus petite

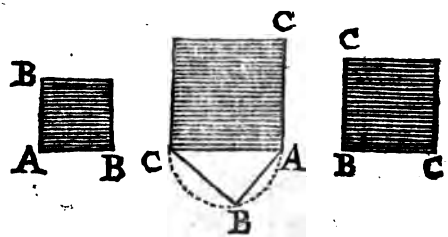



ligne donnée AC, la ligne AB ſera le reſte de la Souſtraction.

## PROBLEME II.

*Oter le quarré donné AB, du quarré donné AC.*

IL eſt évident que ſi on inſcrit le côté AB du plus petit quarré don-




né dans un demy Cercle décrit à l'en-

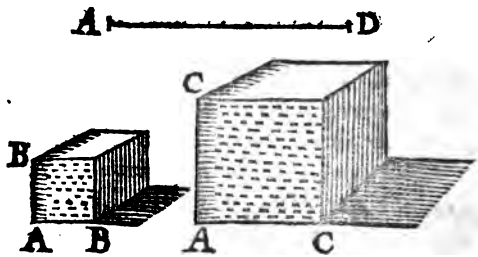
tour du côté A C, du plus grand quarré donné, la ligne B C ſera le côté d'un quarré égal à la difference des deux donnez A B, A C.

*Scholie. Parce que la difference de deux quarrez eſt diviſible par la ſomme ou par la difference de leurs côtez, il s'enſuit que ſi entre la ſomme & la difference des côtez des deux quarrez propoſez, on trouve une moyenne proportionnelle, on aura le côté d'un quarré égal à la difference des deux mêmes quarrez propoſez.*

## PROBLEME III.

### *Oter le Cube donné A B, du Cube donné A C.*

IL eſt évident que ſi aux quarrez des deux lignes données A B, A C, & à la ligne A C, on trouve la ligne proportionnelle A D, le ſolide ſous le quarré de la ligne A B, & la difference de la même ligne A B & de la proportionnelle trouvée A D, eſt égale à la difference des deux Cubes donnez A B, A C.




*Scholie. Parce que la difference de deux Cubes eſt auſſi diviſible par la difference de leurs côtez, il eſt aiſé de tirer de ce Theoreme une autre maniere de trouver la difference de deux Cubes. Mais ce n'eſt pas icy le lieu d'en dire davantage.*

## CHAPITRE IV.

### *De la Multiplication.*

#### PROBLEME I.

*Multiplier un Quarré par un nombre donné.*

POur multiplier un quarré par un nombre donné, comme par le nom-

bre donné 3, il n'y a qu'à trouver entre le côté du quarré donné & le triple du même côté, une moyenne proportionnelle, qui ſera le côté d'un quarré égal au produit de la multiplication.

## PROBLEME II.

### *Multiplier un Cube par un nombre donné.*

POur multiplier un Cube par un nombre donné, comme par le nombre donné 3, il n'y a qu'à trouver entre le côté du Cube donné, & le triple du même côté deux moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion le même côté; ſera le côté d'un Cube égal au produit de la Multiplication.

## PROBLEME III.

### *Multiplier enſemble deux lignes données.*

LE produit de deux lignes eſt un Plan égal à un quarré, dont le côté ſe trouvera en cherchant entre les

deux lignes données une moyenne proportionnelle, qui ſera le côté du quarré qu'on cherche.

## PROBLEME IV.

*Multiplier enſemble trois lignes données.*

LE produit de trois lignes eſt un Solide égal à un Cube, dont le côté ſe trouvera en cherchant entre deux des trois lignes données une moyenne proportionnelle, & entre cette moyenne proportionnelle & l'autre ligne donnée deux moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion la premiere moyenne trouvée ſera le côté du Cube qu'on cherche.

## PROBLEME V.

*Multiplier enſemble quatre lignes données.*

LE produit de quatre lignes eſt un Plan-plan égal à un Quarré-quarré, dont le côté ſe trouvera en cherchant entre deux des quatre lignes données une moyenne proportionnelle,

& entre les deux autres une moyenne proportionnelle, & encore entre ces deux moyennes proportionnelles une autre moyenne proportionnelle, qui ſera le côté du Quarré-quarré qu'on cherche.

## PROBLEME VI.

*Multiplier un quarré donné par une ligne donnée.*

LE produit d'un quarré par une ligne eſt un ſolide égal à un Cube, dont le côté ſe trouvera en cherchant entre la ligne donnée & le côté du quarré donné deux moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion le côté du quarré donné, ſera le côté du Cube qu'on cherche.

## PROBLEME VII.

*Multiplier un Cube donné par une ligne donnée.*

LE produit d'un Cube par une ligne eſt un Plan-plan égal à un Quarré-quarré, dont le côté ſe trou-

vera en cherchant entre la ligne donnée & le côté du Cube donné une moyenne proportionnelle, & entre cette moyenne proportionnelle & le même côté une autre moyenne proportionnelle, qui ſera le côté du Quarré-quarré qu'on cherche.

Les Problemes que nous omettons icy, ſe reſoudront aiſément à l'imitation des precedens. Comme pour *multiplier enſemble deux quarrez donnez*, on cherchera entre leurs côtez une moyenne proportionnelle, qui ſera le côté d'un Quarré-quarré égal au produit de la Multiplication, &c.

---

## CHAPITRE V.

### *De la Diviſion.*

### PROBLEME I.

*Diviſer un quarré par un nombre donné.*

POur diviſer un quarré par un nombre donné, comme par le nombre donné 3, on cherchera entre le côté du quarré donné & le tiers du même

côté, une moyenne proportionnelle, qui ſera le côté d'un quarré égal au quotient de la Diviſion.

## PROBLEME II.

### *Diviſer un Cube par un nombre donné.*

POur diviſer un Cube par un nombre donné, comme par le nombre donné 3, on cherchera entre le côté du Cube donné, & le tiers du même côté deux moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion le même côté ſera le côté d'un Cube égal au quotient de la Diviſion.

## PROBLEME III.

### *Diviſer un quarré par une ligne donnée.*

LE quotient d'un quarré & d'une ligne, eſt une ligne que l'on trouvera en cherchant à la ligne donnée & au côté du quarré, donne une troiſiéme proportionnelle, qui ſera celle qu'on cherche.

## PROBLEME IV.

*Diviſer un Cube par une ligne donnée.*

LE quotient d'un Cube & d'une ligne eſt un Plan égal à un quarré, que l'on trouvera en cherchant à la ligne donnée, au côté du Cube donné, & au quarré du même côté, un quarré proportionnel, qui ſera celuy qu'on cherche.

## PROBLEME V.

*Diviſer un Cube par un quarré donné.*

LE quotient d'un Cube & d'un quarré eſt une ligne, qu'on trouvera en cherchant au quarré donné, au quarré du côté du Cube donné, & au même côté une ligne proportionnelle, qui ſera celle qu'on cherche.

## PROBLEME VI.

*Diviſer un Quarré-quarré par un nombre donné.*

POur diviſer un Quarré-quarré par un nombre donné, comme par le nombre donné 3, cherchez entre le cõté du Quarré-quarré donné, & le tiers du même côté, trois moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en propottion le même côté, ſera le côté d'un Quarré-quarré égal au quotient de la Diviſion.

## PROBLEME VII.

*Diviſer un Quarré-quarré par une ligne donnée.*

LE quotient d'un Quarré-quarré & d'une ligne, eſt un ſolide égal à un Cube, qui ſe trouvera en cherchant à la ligne donnée, au côté du Quarré-quarré donné, & au Cube du même côté, un Cube proportionnel, qui ſera celuy qu'on cherche.

## PROBLEME VIII.

*Diviſer un Quarré-quarré par un quarré donné.*

LE quotient d'un Quarré-quarré & d'un quarré eſt un quarré, dont le côté eſt troiſiéme proportionnel à ceux du quarré & du Quarré-quarré donné.

## PROBLEME IX.

*Diviſer un Quarré-quarré par un Cube donné.*

LE quotient d'un Quarré-quarré & d'un Cube eſt une ligne, que l'on trouvera en cherchant au Cube donné, au Cube du côté du Quarré-quarré donné, & au même côté, une ligne proportionnelle, qui ſera celle qu'on cherche.

## PROBLEME X.

### *Diviſer un Surſolide par un nombre donné.*

POur diviſer un Surſolide par un nombre donné, comme par le nombre donné 3, on cherchera entre le côté du Surſolide donné, & le tiers du même côté quatre moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion le même côté, ſera le côté d'un Surſolide égal au quotient de la Diviſion.

## PROBLEME XI.

### *Diviſer un Surſolide par une ligne donnée.*

LE quotient d'un Surſolide & d'une ligne eſt un Plan-plan égal à un Quarré-quarré, dont le côté ſe trouvera en cette ſorte. Diviſez le Quarré-quarré du côté du Surſolide donné par la ligne donnée, & multipliez le Cube qui proviendra de cette Diviſion, par le côté du Surſolide donné, & le

Quarré-quarré qui proviendra de cette Multiplication, ſera celuy qu'on cherche.

## PROBLEME XII.

### *Diviſer un Surſolide par un Quarré donné.*

LE quotient d'un Surſolide & d'un Quarré eſt un Solide égal à un Cube, qui ſe trouvera en cherchant au quarré donné, au quarré du côté du Surſolide donné, & au Cube du même côté un Cube proportionnel, qui ſera celuy qu'on cherche.

## PROBLEME XIII.

### *Diviſer un Surſolide par un Cube donné.*

LE quotient d'un Surſolide & d'un Cube eſt un Plan égal à un quarré, que l'on trouvera en cherchant au Cube donné, au Cube du côté du Surſolide donné, & au quarré du même côté, un quarré proportionnel, qui ſera celuy qu'on cherche.

Les Problemes que nous omettons icy, ſe reſoudront aiſément à l'imitation des precedens, c'eſt pourquoy nous finirons ce Chapitre pour venir plûtôt au ſuivant.

## CHAPITRE VI.

### *De l'Extraction de Racines.*

#### PROBLEME I.

*Tirer la Racine quarrée d'un nombre donné.*

PRenez à plaiſir telle ligne qu'il vous plaira pour l'unité, & la multipliez par le nombre donné; puis cherchez entre l'unité & la ligne qui proviendra de cette Multiplication, une moyenne proportionnelle, qui ſera la Racine qu'on cherche.

#### PROBLEME II.

*Tirer la Racine cubique d'un nombre donné.*

PRenez à volonté une ligne quelconque pour l'unité, & la multi-

pliez comme auparavant par le nombre donné; puis cherchez entre l'unité & la ligne qui proviendra de cette Multiplication, deux moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion l'unité, ſera la Racine qu'on cherche.

Nous ne donnons point la demonſtration de toutes ces pratiques, parce qu'elle eſt facile à trouver.

## PROBLEME III.

*Tirer la Racine Quarré-quarrée d'un nombre donné.*

PRenez une ligne quelconque pour l'unité, & l'ayant multipliée par le nombre donné, cherchez entre l'unité & la ligne qui proviendra de cette Multiplication, trois moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion l'unité, ſera la Racine qu'on cherche.

## PROBLEME IV.

*Tirer la Racine Surſolide d'un nombre donné.*

AYant pris une ligne quelconque pour l'unité, & l'ayant multipliée par le nombre donné, cherchez entre l'unité & la ligne qui proviendra de cette Multiplication, quatre moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion l'unité, ſera la Racine qu'on cherche.

## PROBLEME V.

*Etant propoſée une ligne égale à un nombre irrationnel donné, trouver l'unité.*

PRenez une ligne quelconque pour l'unité, & cherchez à l'égard de cette unité une ligne égale au nombre irrationnel donné ; puis cherchez à cette Racine trouvée, à ſon unité, & à la ligne donnée, une quatriéme proportionnelle, qui ſera l'unité qu'on cherche.

## PROBLEME VI.

*Trouver une ligne égale à un Polynome irrationnel donné.*

QU'il faille trouver une ligne égale à ce Binome irrationnel, $\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$. Prenez une ligne quelconque pour l'unité, & à l'égard de cette unité, trouvez une ligne égale à $\sqrt{3}$, & une autre égale à $\sqrt{2}$, & entre la ſomme de ces deux lignes & l'unité, trouvez une moyenne proportionnelle, qui ſera celle qu'on cherche.

Nous n'avons trouvé qu'une moyenne proportionnelle, parce que l'expoſant de la Racine univerſelle eſt d'un quarré, car ſi cet expoſant avoit été d'un Cube, il auroit fallu trouver deux moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivroit en proportion l'unité, ſeroit celle qu'on cherche.

Comme tout ce que nous avons dit, ſuppoſe que l'on ſçache reduire une figure plane en Quarré, & une figure ſolide en Cube, nous ajouterons encore icy le Chapitre ſuivant.

CHAPITRE

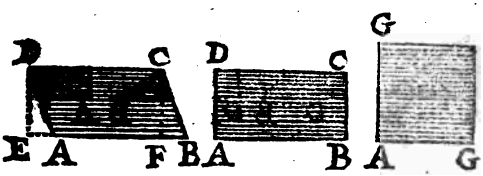
## CHAPITRE VII.

### *De la Reduction des Figures.*

#### PROBLEME I.

*Reduire un Parallelogramme donné en quarré.*

ON donne le Parallelogramme ABCD, & il eſt propoſé de trouver le côté d'un Quarré qui luy ſoit égal. Cherchez entre la baſe AB,




du Parallelogramme propoſé ABCD, & ſa hauteur une moyenne proportionnelle AG, qui ſera le côté du Quarré qu'on cherche, comme il eſt évident par 17. 6.

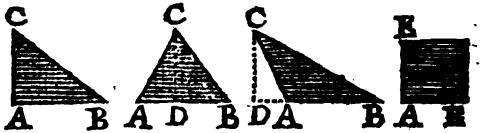
Quand le Parallelogramme propoſé

ABCD, ſera rectangle, ſa hauteur ſera égale au côté AD, & quand il ne ſera pas rectangle, ſa hauteur ſera la perpendiculaire DE, ou CF.

## PROBLEME II.

*Reduire un Triangle donné en Quarré.*

ON donne le Triangle ABC, & il eſt propoſé de trouver le côté d'un Quarré qui luy ſoit égal. Cherchez entre la baſe AB, du Triangle




propoſé ABC, & la moitié de ſa hauteur CD, ou entre la hauteur CD, & la moitié de la baſe AB, une moyenne proportionnelle AE, qui ſera le côté du Quarré qu'on cherche, comme il eſt évident par 41. 1. & par 17. 6.

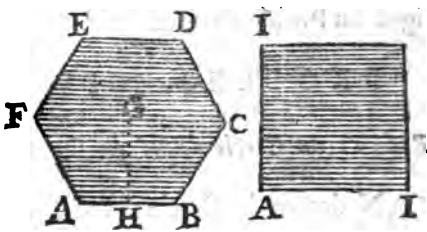
On peut prendre pour la baſe du Triangle, tel côté que l'on voudra, &

ſa hauteur ſera la perpendiculaire qui ſe tirera ſur ce côté de l'angle oppoſé. Cette perpendiculaire ſera la même que l'un des côtez, lorſque le Triangle ſera rectangle.

## PROBLEME III.

*Reduire un Polygone regulier en Quarré.*

ON propoſe l'Exagone regulier ABCDEF, & il eſt propoſé de trouver le côté d'un Quarré qui luy ſoit égal. Tirez du centre G, ſur le




milieu de l'un des côtez, comme AB, la perpendiculaire GH, & cherchez entre cette perpendiculaire GH, & la moitié du contour de l'Exagone pro-

posé A B C D E F, où entre ce contour & la moitié de la perpendiculaire G H, une moyenne proportionnelle A I, qui sera le côté du Quarré qu'on cherche, comme il est évident par 17. 6. & par ce qui a été demontré d'un Polygone regulier dans nôtre *Geometrie Pratique*.

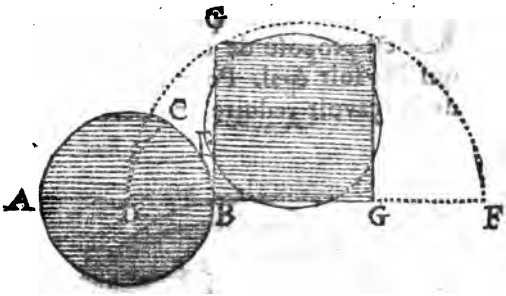
Nous n'enseignerons pas icy la maniere de reduire en Quarré un Polygone irregulier, parce que le Polygone se peut reduire en Triangle, à l'imitation de ce qui a été demontré du Trapeze dans nôtre *Geometrie Pratique*, & que ce Triangle se peut reduire en Quarré, comme il a été enseigné au Probleme precedent.

## PROBLEME IV.

### *Reduire un Cercle donné en Quarré.*

ON donne le Cercle A B C, & il est proposé de trouver le côté d'un Quarré qui luy soit égal. Décrivez de l'extremité B, du diametre A B, par le centre D, l'arc C D, & divisez l'arc B C en deux également au point E. Après cela portez la corde B E sur

le diametre A B prolongé, huit fois depuis le centre D, jusques en F, & décrivez à l'entour de D F, le demy Cercle D G F. Enfin élevez du point



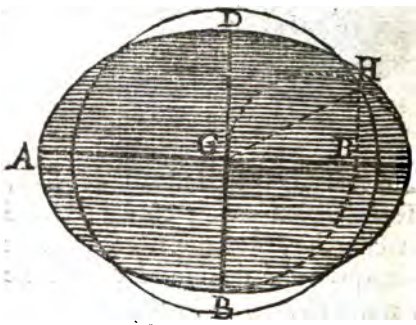

B, sur A B, la perpendiculaire B G, qui sera de bien prés le côté du quarré qu'on cherche, comme il est évident par ce qui a été demontré du Cercle dans nôtre *Geometrie Pratique.*

*Parce que la ligne B F, doit être égale à la demi circonferance A C B, afin que cette égalité soit plûtôt executée, vous devez donner aux deux lignes A B, B F, la raison de 100, à 157.*

## PROBLEME V.

### *Reduire une Ellipſe donnée en Quarré.*

ON donne l'Ellipſe A B C D, & il eſt propoſé de trouver un quarré qui luy ſoit égal. Pour cet fin il ſuffit de la ſçavoir reduire en Cercle, parce




que ce Cercle ſe peut reduire en Quarré par le moyen du Probleme precedent.

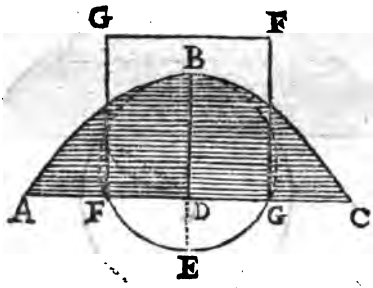
Pour donc reduire en Cercle l'Ellipſe propoſée A B C D, cherchez entre les deux demy axes G C, G B,

une moyenne proportionnelle G H, qui ſera le rayon du Cercle qu'on cherche, comme nous avons demontré dans nôtre *Geometrie Pratique*.

## PROBLEME VI.

*Reduire une Parabole donnée en Quarré.*

ON donne la Parabole A B C, & il eſt propoſé de trouver le côté d'un Quarré, qui luy ſoit égal. Ayant prolongé l'Axe B D en E, en ſorte que



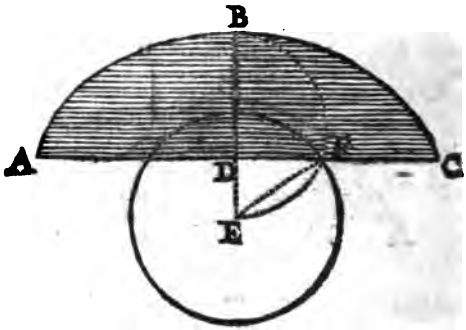

D E ſoit égale au tiers de la demi-ordonnée A D, ou C D, décrivez à l'entour de B E une circonference de Cercle, qui donnera ſur l'ordonné A C,

le côté F G. du Quarré qu'on cherche, comme il eſt évident par ce qui a été demontré de la Parabole dans nôtre *Geometrie Pratique.*

## PROBLEME VII.

*Reduire une Cycloïde donnée en Quarré.*

ON donne la Cycloïde A B C, & il eſt propoſé de trouver un Quarré qui luy ſoit égal. Pour cette fin il ſuffit de la ſçavoir reduire en Cercle,




parce que ce Cercle ſe peut reduire en Quarré par *Probl.* 4.

Pour donc reduire en Cercle la Cy-

cloïde propoſée A B C, prolongez ſon Axe B D en E, en ſorte que D E ſoit égale à la moitié du même Axe B D, & ayant décrit à l'entour de la ligne B E, le demy Cercle B E F, qui coupe icy la baſe A C, au point F, décrivez par ce poinr F, du centre E, un Cercle, qui ſera celuy qu'on cherche, parce que la Cycloïde eſt triple de ſon Cercle generateur.

## PROBLEME VIII.

*Reduire un Priſme donné en Cube.*

SI l'on reduit en Quarré la baſe du Priſme propoſé, & qu'entre le côté de ce Quarré & la hauteur du Priſme on trouve deux moyennes proportionnelles, celle de ces deux moyennes, qui ſuivra en proportion le côté du Quarré precedent, ſera le côté du Cube qu'on cherche, comme il eſt évident par le Theoreme que nous ajouterons ſur la fin.

## PROBLEME IX.

*Reduire une Pyramide donnée en Cube.*

SI l'on reduit en Quarré la baſe de la Pyramide propoſée, & qu'entre le côté de ce Quarré & le tiers de la hauteur de la Pyramide on cherche deux moyennes proportionnelles, celle de ces deux moyennes, qui ſuivra en proportion, le côté du Quarré precedent, ſera le côté du Cube qu'on cherche, comme il eſt évident par 7. 12. & par le Theoreme que nous ajouterons à la fin de ce Chapitre.

## PROBLEME X.

*Reduire une Sphere donnée en Cube.*

SI on reduit en Quarré un Cercle, dont le diametre ſoit égal à celuy de la Sphere propoſée, & qu'entre le côté de ce Quarré & les deux tiers de ce même diametre on trouve deux moyennes proportionnelles, celle de ces deux moyennes, qui ſuivra en proportion le côté du Quarré precedent,

ſera le côté d'un Cube égal à la Sphere propoſée, comme il eſt évident par ce qui a été demontré de la Sphere dans nôtre *Geometrie Pratique.*

## PROBLEME XI.

*Reduire un Spheroïde donné en Cube.*

POur reduire en Cube un Spheroïde dont les deux Axes ſont donnez, reduiſez en Quarré un Cercle, dont le diametre ſoit égal à celuy de ces deux Axes, qui n'eſt pas l'Axe de circonvolution, & entre le côté de ce Quarré & les deux tiers de l'Axe de circonvolution, cherchez deux moyennes proportionnelles, dont celle qui ſuivra en proportion le côté du Quarré precedent, ſera le côté du Cube qu'on cherche, comme il eſt évident par ce qui a été demontré du Spheroïde dans nôtre *Geometrie Pratique*, & par le Theoreme ſuivant.

## PROBLEME XII.

*Reduire un Paraboloïde donné en Cube.*

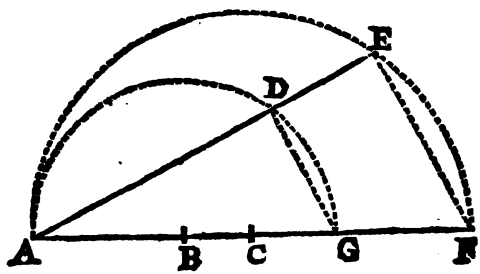
SI l'on reduit en quarré le Cercle, qui sert de base au Paraboloïde proposé, & qu'entre le côté de ce Quarré, & la moitié de la hauteur du Paraboloïde, on trouve deux moyennes proportionnelles, celle de ces deux moyennes, qui suivra en proportion, le côté du Quarré precedent, sera le côté du Cube qu'on cherche, comme il est évident par ce qui a été demontré du Spheroïde dans nôtre *Geometrie Pratique*, & par le Theoreme suivant.

Nous n'avons pas donné une demonstration particuliere de toutes ces pratiques, parce qu'elle est facile à trouver par celuy qui entendra la demonstration de ce

## THEOREME.

*Si les quatre lignes A B, A C, A D, A E ſont continuellement proportionelles, le Cube de la ſeconde A C eſt égal au Solide qui a pour baſe le quarré de la premiere A B, & pour hauteur la quatriéme A E.*

CAr puiſque les quatre lignes A B, A C, A D, A E, ſont proportionnelles, le Rectangle A B A E, ſera égal au Rectangle A C A D par 16. 6.




c'eſt pourquoy ſi à chacun de ces deux Plans égaux on donne la hauteur commune A B, on connoîtra que le Solide A B q A E eſt égal au Solide